



Imagerie de la proche surface par géoradar

Maksim Bano

► To cite this version:

Maksim Bano. Imagerie de la proche surface par géoradar. Sciences de la Terre. Université de Strasbourg, 2000. tel-01342604

HAL Id: tel-01342604

<https://hal.science/tel-01342604>

Submitted on 6 Jul 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

MÉMOIRE

présenté par

Maksim BANO

pour obtenir l'Habilitation à diriger des recherches de
l' Université Louis Pasteur - Strasbourg I
Spécialité : Géophysique Appliquée

Imagerie de la proche surface par géoradar

soutenu le 1^{er} décembre 2000 à l'Institut de Physique du Globe de Strasbourg

devant le jury composé de :

Dr. Yves BERNABE (Université Louis Pasteur)	Rapporteur interne
Dr. Michel DIETRICH (CNRS, LGIT Grenoble)	Rapporteur externe
Dr. Dominique GIBERT (Université de Rennes I)	Examineur
Dr. Jean-Michel MARTHELOT (Université Louis Pasteur)	Examineur
Dr. Sylvie TILLARD (Ingénieur, CEA)	Rapporteur externe

Mémoire HDR

Titre : Imagerie de la proche surface par géoradar

Auteur : Maksim BANO

Etablissement : Université Louis Pasteur - Strasbourg I, EOST

Résumé : Le géoradar est une méthode de prospection géophysique fondée sur l'analyse de la propagation, de la diffraction et de la réflexion des ondes électromagnétiques (EM) haute fréquence (de 10 MHz à 1 GHz). Il est aujourd'hui largement utilisé pour l'étude de la subsurface. La profondeur d'investigation dépend de l'atténuation du milieu et de la fréquence utilisée, elle varie de 2 à 50 m. Nous avons abordé le domaine du géoradar à l'occasion d'une étude menée en collaboration avec le CEA pour adapter le traitement sismique aux données radar. Depuis 1994, plusieurs études (en 1 et 2D) ont été entreprises par notre Laboratoire d'Imagerie Tectonique.

L'atténuation radar est fortement reliée à la permittivité diélectrique totale du milieu qui, en général, est une quantité complexe et montre aussi une dépendance en fréquence. Afin de modéliser les pertes diélectriques (ou l'atténuation radar) nous considérons une fonction complexe de puissance en fréquence pour la permittivité diélectrique. Cette approche nous a permis de développer une méthode originale de détermination du facteur de qualité Q des ondes radar.

Lors de la propagation du signal radar dans un milieu à une réponse diélectrique complexe et dépendante de la fréquence nous observons deux phénomènes: l'amplitude du signal diminue (absorption) et sa forme change (dispersion), par conséquent le signal radar n'est pas stationnaire. Afin de tenir compte de ces phénomènes nous avons aussi développé des méthodes d'imagerie radar (filtre inverse- Q à 1 et 2D) dans le cas d'un milieu absorbant et dispersif. Cette dernière étude a été inspirée par une étude similaire faite auparavant dans le cas de l'imagerie en 1D des ondes sismiques.

Des acquisitions ont été réalisées à la fois sur des objectifs tectoniques (recherche de failles actives; Mulhouse-Bâle, sur la faille de Wellington en Nouvelle Zélande et sur les failles de Nîmes et de la Moyenne Durance) et sédimentologiques (sur les dunes de sable; Tchad et Mauritanie). L'objectif était d'imager par géoradar la géométrie des dépôts sédimentaires et d'identifier les failles susceptibles de les décaler et de comprendre et d'expliquer la nature et l'origine des surfaces de discontinuités à l'intérieur d'une dune active ou ancienne.

Les objets de surface tels que les lignes et les poteaux électriques, les clôtures métalliques, les arbres et les coins des immeubles peuvent produire de fortes diffractions aériennes qui, à leur tour, peuvent masquer les réflexions radar primaires provenant du sous-sol. Après avoir reconnu ces diffractions (par une simple modélisation géométrique) nous les modélisons en utilisant une méthode d'imagerie 2D en domaine de Fourier. Ensuite nous comparons les données réelles aux diffractions synthétiques afin d'éliminer ces dernières des données réelles.

Une étude de la modélisation des réflexions radar dans le cas du sable sec montre que parmi les effets de la propagation (absorption, dispersion et divergence sphérique) le plus important est la divergence sphérique. D'autre part, en utilisant une formule simple de mélange entre la constante diélectrique des sols sableux et la teneur en eau (θ_e) dans l'échantillon, nous mettons en évidence la sensibilité du coefficient de réflexion due aux faibles changements de la teneur en eau (θ_e) dans le sable. Ce qui explique les fortes réflexions provenant de la base de la dune actuelle.

Title : Imaging the Shallow Earth Interior by Ground Penetrating Radar (GPR)

Author : Maksim BANO

Institution : Louis Pasteur University - Strasbourg I, EOST

Abstract : Ground-penetrating radar (GPR) is a geophysical method based on the propagation, reflection and scattering of high frequency (from 10 MHz to 1 GHz) electromagnetic (EM) waves in the earth. This method is currently used to image the subsurface. The depth of investigation depends on the EM attenuation of the medium and the frequency used and varies from 2 to 50 m. Our interest for the GPR method started during a mutual study with CEA in order to adapt the seismic processing to the radar data. Since 1994, many studies (in 1 and 2D) have been carried out by our Laboratory Imagerie Tectonique.

The radar attenuation is closely related to the dielectric permittivity of the medium, which is, in general, a complex quantity and also shows a frequency dependence. In order to model for dielectric losses (or radar attenuation) we consider a complex power function of frequency for the dielectric permittivity. This approach allows us to develop an original method of determining the quality factor Q of radar waves.

During the propagation of a radar signal through a medium with a complex dielectric response depending on frequency we observe two effects: the amplitude of the signal decreases (absorption) and its phase changes (dispersion), consequently the radar signal is not stationary. To account for both effects of attenuation we have also developed methods (in 1D and 2D) of inverse Q imaging of GPR data. This later study has been inspired from a similar study carried out before in the case of 1D imaging of seismic waves.

Several acquisitions of GPR data have been performed for tectonic objectives (locating active faults, Mulhouse-Bâle, over the Wellington fault in New Zealand and over Nîmes and Moyenne Durance faults) and sedimentological objectives as well (over sand dunes in Tchad and Mauritanie). The aims were to image the geometry of sedimentary deposits and identify possible fault segments under vegetation cover and to understand and explain the origin and the nature of the reflections observed inside the active or old dunes.

Surface objects such as: power lines, metallic fences, trees and corners of buildings are strong reflectors and can produce strong scattering that masks the reflections from the subsurface in GPR data. After recognizing these diffractions (by a simple geometrical modeling), we model them by using a zero offset imaging technique in Fourier domain. Once the modeling of the air diffractions is performed, one can use them as a mask to remove the real surface diffractions observed in the real GPR data.

A recent study of modeling reflections, in the case of dry sand, shows that amongst the propagation effects (absorption, dispersion and geometrical spreading) the most important is the geometrical spreading. On the other hand using a simple mixing formula between the dielectric constant of the dry sand and the water content of the moist sand (θ_e), we highlight the sensitivity of the reflection coefficient to small changes in water content (θ_e) into the sand. That explains the strong reflections coming from the base of present-day dune.



Table des matières

Introduction.....	3
1- Pertes diélectriques et estimation du facteur de qualité des ondes radar..	7
1.A/ Equation de diffusion-propagation et pertes diélectriques des ondes EM.....	8
1.B/ Modèles diélectriques dépendants de la fréquence.....	10
1.C/ Modèles diélectriques à Q constant.....	12
1.D/ Milieu à Q constant peu absorbant ($n \approx 1$).....	15
1.E/ Profondeur d'investigation radar.....	16
1.F/ Modélisation de l'ondelette radar en transmission.....	18
1.G/ Estimation du facteur de qualité Q.....	18
2- Compensation des pertes diélectriques (Filtre Inverse Q).....	21
2.A/ Filtre inverse Q dans le cas de la propagation à 1D.....	21
2.B/ Filtre inverse Q dans le cas de la propagation à 2D.....	25
3- Modélisation et suppression des diffractions aériennes des ondes radar	29
3.A/ Diffractions aériennes.....	29
3.B/ Facteurs produisant des diffractions aériennes.....	32
3.C/ Modélisation des diffractions aériennes.....	34
3.D/ Suppression des diffractions aériennes.....	36
4- Modélisation des réflexions radar et estimation de la teneur en eau dans le cas des dunes éoliennes.....	39
4.A/ Modélisation de l'ondelette radar en réflexion.....	39
4.B/ Constante diélectrique des sols sableux humides.....	40
4.C/ Coefficient de réflexion.....	42
4.D/ Choix de la source.....	43
4.E/ Estimation de la teneur en eau.....	44
5- Le géoradar: présentation.....	47
5.A/ L'appareillage.....	47
5.B/ L'acquisition des données.....	48
<i>L'acquisition à offset constant.....</i>	<i>48</i>
<i>L'acquisition en point milieu.....</i>	<i>49</i>
5.C/ Le traitement des données.....	49
6- Exemples d'application.....	53
6.A/ Exemple de la faille de Wellington (Nouvelle Zélande).....	53
6.B/ Image radar d'une dune éolienne.....	54

6.C/ Tuyau de gaz et nappe phréatique.....	55
6.D/ Exemple de la plaine du Tages (Portugal).....	55
Conclusions et Perspectives.....	57
Références.....	61
Appendice A.....	65
Relation de dispersion dans le cas d'un milieu où l'absorption obéit à une loi de puissance en fréquence ($ \omega ^{\gamma}$)	
Appendice B.....	67
Relation de dispersion dans le cas d'un milieu peu absorbant ($n \approx 1$)	
Appendice C.....	69
Modèle de Jonscher ($n \approx 1$)	

Introduction

Le géoradar est une méthode de prospection géophysique fondée sur l'analyse de la propagation et de la réflexion des ondes électromagnétiques (EM) hautes fréquences (de 10 MHz à 1 GHz, correspondant à des longueurs d'ondes de 10 m à 10 cm pour une vitesse des ondes EM de 0.1 m/ns dans le sous-sol). Il est aujourd'hui largement utilisé pour l'étude de la subsurface, à des profondeurs allant de 2 à 50 m (Davis et Annan, 1989). Les applications du géoradar sont multiples: géologie, génie civil, néotectonique, environnement, hydrogéologie, archéologie... On utilise, par exemple, le géoradar afin d'étudier des sites granitiques susceptibles d'être retenus pour le stockage souterrain des déchets industriels. Compte tenu de la sensibilité des ondes électromagnétiques à la présence d'eau (douce ou polluée), le géoradar peut également servir pour imager les fractures qui guident la migration des fluides ou encore reconnaître la profondeur de la nappe phréatique en hydrologie (Beres et Haeni 1991; van Overmeeren, 1994). Le géoradar peut aussi être utilisé dans le cadre de l'évaluation des risques sismiques pour identifier les accidents tectoniques masqués par les sols et/ou le couvert végétal (Meyers et al., 1996; Cai et al., 1996). On pourra trouver plus d'exemples d'application du géoradar dans deux numéros spéciaux du *Journal of Applied Geophysics* édités par Owen (1995) et Sato & Versteeg (1998).

Nous avons abordé le domaine du géoradar à l'occasion d'une étude menée en collaboration avec le CEA pour adapter le traitement sismique aux données radar (DEA de F. Hollender, 1994). Depuis 1994, plusieurs études (en 2D), tant sur le plan théorique qu'au niveau de ses applications, ont été entreprises par notre Laboratoire d'Imagerie Tectonique. Cette thématique a reçu le soutien financier de l'ULP et l'INSU en 1998, ce qui nous a permis de nous doter d'un modèle Pulse EKKO 1000 équipé de quatre antennes (blindées) dont les fréquences dominantes sont respectivement de 110, 225, 450 et 900 MHz.

L'étude des pertes diélectriques ou de l'atténuation des ondes radar est pour deux raisons d'un grand intérêt dans l'analyse des données radar en transmission. Premièrement, l'atténuation des ondes radar peut être considérée comme une perturbation du signal radar qui doit être éliminée en appliquant un filtre inverse-Q approprié. Ainsi, le fait de déterminer le facteur de qualité Q avec une bonne précision reste toujours d'actualité. Deuxièmement, outre la vitesse des ondes radar nous avons à notre disposition un autre paramètre lithologique pour mieux caractériser les roches.

L'atténuation radar est fortement liée à la permittivité diélectrique totale du milieu qui, en général, est une quantité complexe et montre aussi une dépendance en fréquence. Q est une mesure de l'énergie stockée (accumulée) sur l'énergie dissipée par radian, et peut être estimé comme le rapport de la partie réelle sur la partie imaginaire de la permittivité. Lorsque les deux parties, réelle et imaginaire, ne suivent pas la même loi en fréquence, le facteur de qualité Q dépend de la fréquence. Dans le cas où les parties réelle et imaginaire de la permittivité montrent la même

dépendance en fréquence on a affaire à un modèle à Q constant.

Afin de modéliser les pertes diélectriques (ou l'atténuation radar) nous considérons une fonction complexe de puissance en fréquence pour la permittivité diélectrique (Chapitre 1). Nous montrons que cette réponse diélectrique correspond à un modèle à Q constant et est en assez bon accord avec la loi 'universelle' de Joncscher (1977). Une expression similaire pour le module élastique a été utilisée par Kjartansson (1979) dans le cas des pertes mécaniques. Après avoir introduit cette réponse diélectrique dans le nombre d'ondes, nous proposons une méthode de propagation afin de modéliser les données théoriques atténuées. Ensuite, en comparant les données synthétiques aux données réelles en transmission, nous pouvons déterminer le facteur de qualité Q . Des techniques similaires de propagation ont été proposées par Blair et Spathis (1982, 1984) dans le cas des pertes mécaniques pour les solides et par Jannsen et al. (1985) dans le cas de la sismique. Des exemples de données synthétiques et de données réelles en transmission acquises dans une galerie de mine granitique seront présentés afin d'illustrer la détermination du facteur de qualité dans les roches saturées.

Lors de la propagation du signal radar dans un milieu à une réponse diélectrique complexe et dépendante de la fréquence nous avons observé deux phénomènes: l'amplitude du signal va diminuer (absorption) et sa forme va changer (dispersion); ce qui veut dire que le signal radar n'est pas stationnaire (il change au cours du temps). Par conséquent, les techniques classiques de la convolution ou de l'imagerie (migration), basées sur la stationnarité du signal (telles que les techniques du traitement sismique) ne sont pas efficaces dans le cas des ondes radar. Il est donc évident que ces perturbations (absorption et dispersion) du signal radar doivent être éliminées en appliquant des filtres inverse- Q appropriés.

Afin d'améliorer les images radar et compte tenu des résultats encourageants de la modélisation en 1D des ondes électromagnétiques (voir Chapitre 1), nous avons aussi développé des méthodes d'imagerie radar (filtre inverse- Q) à 1 et 2D dans le cas d'un milieu absorbant et dispersif (Bano, 1996c). Cette étude a été inspirée par une étude similaire faite auparavant dans le cas de l'imagerie en 1D des ondes sismiques (Bano, 1996a). Ces méthodes sont basées sur la prolongation du champ d'ondes pondéré dans le domaine de Fourier et sont valides pour un milieu homogène horizontalement stratifié. Les résultats de ces techniques sont testés et illustrés sur les données synthétiques et réelles.

Un des problèmes pratiques majeurs que l'on rencontre, lors d'une acquisition radar avec des antennes non-blindées, est dû au fait qu'une partie importante de l'énergie émise se propage dans l'air. La propagation des ondes radar dans l'air se fait pratiquement sans atténuation intrinsèque ni dispersion. Lors de cette propagation les ondes radar subissent seulement une atténuation géométrique et les réflexions (diffractions aériennes) provenant des objets conducteurs se trouvant en surface (les lignes et les poteaux électriques, clôtures métalliques) et les arbres sont très fortes et peuvent masquer les réflexions primaires (Sun et Young, 1995). Il est ainsi

indispensable de reconnaître et de distinguer si les diffractions observées sur une section radar sont dues aux hétérogénéités de la subsurface ou aux objets se trouvant en surface, et de ne pas confondre ces dernières (les diffractions aériennes) avec les réflexions sub-horizontales dues à la structure géologique.

Nous présentons au Chapitre 3 une méthode de modélisation et de suppression de telles diffractions (Bano et al., 1999a). La migration des données radar avec la vitesse du vide (0.3 m/ns) va focaliser les diffractions de surface en produisant de fortes amplitudes isolées. Les réflexions de la subsurface seront sur-migrées (non-focalisées) et le bruit aléatoire (considéré de distribution Gaussienne) sera dé-focalisé (Harlan et al., 1984). Après avoir appliqué un filtre en amplitude (un seuil) aux données migrées les fortes amplitudes des hyperboles focalisées sont préservées. Ensuite le résultat est diffracté (modélisation directe) avec la même vitesse (la vitesse du vide) afin de produire les diffractions aériennes synthétiques. Finalement une comparaison des diffractions aériennes synthétiques avec les données réelles va supprimer les diffractions de surface des données originales.

Plusieurs études de cas récentes ont montré que la méthode radar est une méthode géophysique efficace afin d'imager les structures internes des dunes éoliennes (Bristow et al. 1996; Bano et al. 1999b). Dans ces études le changement de la teneur en eau a été considéré comme la cause principale des réflexions observées à l'intérieur des dunes actuelles. Greaves et al. (1996) ont montré que la vitesse d'intervalle des données radar (calculée à partir des corrections dynamiques des données radar multi-traces) peut être utilisée afin d'estimer la teneur en eau d'un milieu peu absorbant. Une autre étude sur l'estimation de la teneur en eau et de la salinité dans des milieux sableux a été aussi très récemment publiée par Hagrey et Muller (2000).

En général la permittivité diélectrique relative des sols sableux humides augmente lorsque la teneur en eau de l'échantillon augmente. Au Chapitre 4 nous essayons de modéliser les réflexions radar, provenant de la base d'une dune éolienne, en combinant la modélisation de l'ondelette (en 1D) avec une relation semi-empirique entre la constante diélectrique des sols sableux et la fraction volumique d'eau (teneur en eau) dans l'échantillon. La fraction volumique d'eau est le rapport du volume d'eau sur le volume total de l'échantillon. Le principe de la modélisation de l'ondelette consiste à calculer les effets de la propagation (absorption, dispersion et divergence sphérique) et de la réflexion sur une ondelette de référence pour des valeurs différentes de l'ensemble des paramètres qui déterminent le modèle, et la meilleure ressemblance entre les données observées et calculées donne l'ensemble des paramètres optimum (Bano et Girard, 2000b).

Le Chapitre 5 est consacré aux différents types de l'appareillage radar et aux différents modes d'acquisition radar. Un exemple de traitement détaillé des données radar est aussi montré dans ce chapitre. Différents exemples d'application radar sont présentés dans le chapitre 6.

1 - Pertes diélectriques et estimation du facteur de qualité des ondes radar

L'étude des pertes diélectriques ou de l'atténuation des ondes radar est pour deux raisons d'un grand intérêt dans l'analyse des données radar en transmission. Premièrement, l'atténuation des ondes radar peut être considérée comme une perturbation du signal radar qui doit être éliminée en appliquant un filtre inverse-Q approprié. Ainsi, le fait de déterminer le facteur de qualité Q avec une bonne précision reste toujours d'actualité. Deuxièmement, outre la vitesse des ondes radar nous avons à notre disposition un autre paramètre lithologique pour mieux caractériser les roches.

L'atténuation radar est fortement reliée à la permittivité diélectrique totale du milieu qui, en général, est une quantité complexe et montre aussi une dépendance en fréquence. Q est une mesure de l'énergie stockée (accumulée) sur l'énergie dissipée par radian, et peut être estimée comme le rapport de la partie réelle sur la partie imaginaire de la permittivité. Lorsque les parties réelle et imaginaire ne suivent pas la même loi en fréquence, le facteur de qualité Q dépend de la fréquence. Dans le cas où les parties réelle et imaginaire de la permittivité montrent la même dépendance en fréquence on a affaire à un modèle à Q constant. Certaines fonctions décrivant plus au moins avec succès la dépendance de la permittivité en fréquence pour les solides sont présentées dans la littérature. Les fonctions les plus usuelles sont les fonctions de Cole-Cole (Cole & Cole, 1941), Cole-Davidson (Davidson & Cole, 1951), et la loi 'universelle' de puissance en fréquence (Joncsher, 1977; 1978). Exemples d'études montrant le comportement de l'une et l'autre de ces fonctions dans le cas des roches saturées en eau, sont présentés par Locker et Byerlee (1985), Knight et Nur (1987) et Taherian et al. (1990).

Afin de modéliser les pertes diélectriques (ou l'atténuation radar) nous considérons une fonction complexe de puissance en fréquence pour la permittivité diélectrique. Nous montrons que cette réponse diélectrique correspond à un modèle à Q constant et est en assez bon accord avec la loi 'universelle' de Joncsher (1977). Une expression similaire pour le module élastique a été utilisée par Kjartansson (1979) dans le cas des pertes mécaniques. Après avoir introduit cette réponse diélectrique dans le nombre d'onde, nous proposons une méthode de propagation afin de modéliser les données théoriques atténuées. Ensuite, en comparant les données synthétiques aux données réelles en transmission, nous pouvons déterminer le facteur de qualité Q. Des techniques similaires de propagation ont été proposées par Blair et Spathis (1982, 1984) dans le cas des pertes mécaniques pour les solides et par Jannsen et al. (1985) dans le cas de la sismique. Des exemples des données synthétiques et des données réelles en transmission acquises dans une galerie de mine granitique seront présentés afin d'illustrer la détermination du facteur de qualité dans les roches saturées.

1.A / Equation de diffusion-propagation et pertes diélectriques des ondes EM

A partir des équations de Maxwell on peut facilement trouver l'équation dite de diffusion-propagation ou l'équation du télégraphiste pour le champ électrique $\mathbf{e}(x, y, z, t)$ exprimé en coordonnées cartésiennes:

$$\Delta \mathbf{e}(x, y, z, t) = \nabla^2 \mathbf{e}(x, y, z, t) = \sigma \mu \frac{\partial \mathbf{e}}{\partial t} + \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \mathbf{e}}{\partial t^2} \quad (1)$$

Δ ou ∇^2 est le Laplacien et les paramètres constitutifs σ [Sm/m], ε [F/m] et μ [H/m] représentent respectivement la conductivité électrique, permittivité diélectrique et la perméabilité magnétique du milieu. Pour la plupart des roches non-magnétiques, le dernier paramètre est égal à la perméabilité magnétique du vide (μ_0). L'équation (1) est obtenue en faisant l'hypothèse que les paramètres constitutifs σ , ε et μ ne dépendent pas du temps (*Ward et Hohmann, 1988*) et le milieu est supposé isotrope et homogène horizontalement.

Le premier terme (dérivée première en temps) de l'équation (1) correspond au terme de la diffusion et le deuxième (seconde dérivée en temps) est le terme de la propagation. A haute fréquences (ou $\sigma/\omega\varepsilon \ll 1$) le premier terme peut être négligé comparé au deuxième, et dans ce cas on a affaire à l'équation des ondes utilisée dans le cas de l'imagerie géoradar. Par la suite nous allons supposer que la permittivité est une quantité complexe ($\varepsilon = \varepsilon' + i\varepsilon''$), et pour des raisons de convenance la conductivité σ est supposée une constante réelle et dans le cas de l'imagerie géoradar elle doit être inférieure à 0.01 Sm/m (*Davis et Annan, 1989*). Une Transformée de Fourier (TF) par rapport au temps de l'équation (1) nous donne l'équation de l'Helmholtz:

$$\Delta \mathbf{E}(x, y, z, \omega) = -k^2 \mathbf{E}(x, y, z, \omega) \quad (2)$$

avec

$$k^2 = \omega^2 \varepsilon \mu + i \omega \sigma \mu = \left(\varepsilon + i \frac{\sigma}{\omega} \right) \mu \omega^2 = \varepsilon_T \mu \omega^2 \quad (3)$$

ou bien

$$k(\omega) = \omega \sqrt{\mu \varepsilon_T(\omega)} = \beta(\omega) + i\alpha(\omega) = \frac{\omega}{V(\omega)} + i\alpha(\omega) \quad (4)$$

Où $\mathbf{E}(x,y,z,\omega)$ représente la TF du champ électrique $\mathbf{e}(x, y, z, t)$ par rapport au temps, k est le nombre d'onde complexe, $\varepsilon_T = \varepsilon_T' + i\varepsilon_T''$ est la permittivité diélectrique

totale, qui est supposée être dépendante de la fréquence (milieu dispersif), $V(\omega)$ et $\alpha(\omega)$ sont respectivement la vitesse de phase et l'absorption des ondes électromagnétiques (EM). Une solution de l'équation de l'Helmholtz en une dimension (1D) est donnée par :

$$\mathbf{E}(z, \omega) = \mathbf{E}(0, \omega) \exp[ik(\omega)z] = \mathbf{E}(0, \omega) \exp(-\alpha z) \exp(i\beta z)$$

C'est l'expression d'une onde plane, se propageant vers l'axe z à une vitesse de phase $V = \beta/\omega$, dont l'amplitude décroît exponentiellement avec une constante de décroissance α .

Les pertes diélectriques sont reliées à l'angle de perte ($\tan\delta$) et cette dernière est égale au rapport de la partie imaginaire sur la partie réelle de la permittivité diélectrique totale. Donc, comme dans le cas de l'atténuation en sismique, l'angle de perte ou l'atténuation radar est reliée au facteur de qualité Q par:

$$\tan\delta = \frac{\varepsilon_T''(\omega)}{\varepsilon_T'(\omega)} = \frac{\varepsilon'' + \frac{\sigma}{\omega}}{\varepsilon'} = \frac{1}{Q} \quad (5)$$

Où δ détermine l'angle de phase ϕ entre le courant total J_T et le champ électrique \mathbf{E} , l'angle de phase est donné par: $\phi = \delta - \pi/2$. Ainsi l'angle de perte δ donne une mesure de la dissipation des ondes électromagnétiques (EM), cette dissipation est causée par la conduction (σ) et les différents mécanismes de la relaxation diélectrique (comme atomique, électronique, ionique et dipolaire) qui peuvent produire une partie imaginaire (ε'') de la permittivité assez importante (Guéguen & Palciauskas, 1992). Notons ici que certains mécanismes de polarisation (électronique ou ionique) peuvent aussi causer une forte réponse (en dessous du GHz) et contribuer avec une valeur instantanée ε_∞ dans la partie réelle de la permittivité (Jonscher, 1977). En général la dissipation (ou le facteur de qualité Q) varie avec la fréquence, néanmoins si les parties réelle et imaginaire de la permittivité totale (ε_T' , ε_T'') suivent exactement la même loi en fréquence, le facteur de qualité Q ne dépend plus de la fréquence. Ce dernier cas correspond à un modèle à Q constant.

Dans l'analyse qui suit, pour simplifier l'écriture des équations, la permittivité diélectrique totale sera présentée simplement par le symbole ε (sans l'indice T , qui comprend Totale) et les parties réelle et imaginaire seront notées respectivement par ε' et ε'' . La permittivité diélectrique relative (ou la constante diélectrique) qui est le rapport entre la permittivité diélectrique du milieu (ε) sur celle du vide (ε_0) sera notée par le symbole κ , donc: $\kappa = \varepsilon(\omega)/\varepsilon_0$, il s'agit ici d'une quantité sans dimension qui est couramment utilisée afin de caractériser les roches.

1.B / Modèles diélectriques dépendants de la fréquence

Le modèle classique de Debye (1929) a été fréquemment utilisé afin de décrire la dispersion diélectrique dans un système avec un seul temps de relaxation:

$$\varepsilon(\omega) - \varepsilon_{\infty} \sim \frac{1}{1 - i\omega\tau} = \frac{1}{1 + (\omega\tau)^2} + i \frac{\omega\tau}{1 + (\omega\tau)^2} \quad (6)$$

Où τ est le temps de relaxation, $\omega_p = 1/\tau$ est la fréquence critique qui correspond au maximum de ε'' (maximum de dissipation) et ε_{∞} est la valeur limite de la partie réelle de $\varepsilon(\omega)$ à haute fréquence. Cependant, la plupart des matériaux, y comprises les roches, ne montrent pas un comportement du type de Debye à un seul temps de relaxation. Les roches montrent plutôt la présence de plusieurs (une distribution) temps de relaxation dans la réponse diélectrique. Plusieurs études montrant que la permittivité diélectrique des roches n'obéit pas à la loi de Debye sont présentées par Locker et Byerlee (1985), Knight et Nur (1987) et Taherian *et al.* (1990).

Afin de modéliser une distribution de temps de relaxation, d'autres expressions empiriques de la réponse diélectrique ont été proposées. Les plus connues sont les expressions de Cole-Cole (Cole & Cole, 1941), Cole-Davidson et l'expression combinée de Cole-Cole et Cole-Davidson (Davidson & Cole, 1951). Une propriété intéressante de ces relations empiriques est que pour les fréquences supérieures à la fréquence critique (ω_p) les quantités $\varepsilon' - \varepsilon_{\infty}$ et ε'' montrent la même loi de puissance en fréquence. Une telle observation a conduit Jonscher (1977) à définir cette dépendance comme une loi 'universelle' de la réponse diélectrique. Une comparaison plus complète des différentes fonctions de la permittivité diélectrique est donnée par Hill et Jonscher (1983). En accord avec la réponse diélectrique de Jonscher, la partie imaginaire et réelle de la permittivité sont données par (voir la Figure 1a):

$$\varepsilon''(\omega) \sim \varepsilon'(\omega) - \varepsilon_{\infty} \sim \omega^{n-1} \quad \text{pour} \quad \omega > \omega_p \quad (7)$$

avec $0 \leq n < 1$. Une présentation schématique de la réponse diélectrique dipolaire modifiée par les mesures expérimentales est présentée sur la Figure 1a. Jonscher (1977, 1978) a aussi identifié une classe spéciale de matériaux dont la réponse diélectrique est connue sous le nom de la dispersion à basse fréquence. Dans cette classe de matériaux la loi puissance de l'équation (7) persiste partout et l'exposant n varie d'une valeur faible à une valeur différente et plus grande, en passant par une zone de transition de fréquence caractéristique ω_c . (voir la Figure 1b). Les aspects théoriques de cette classe de diélectrique peuvent être trouvés dans Jonscher (1981) et Dissado et Hill (1984).

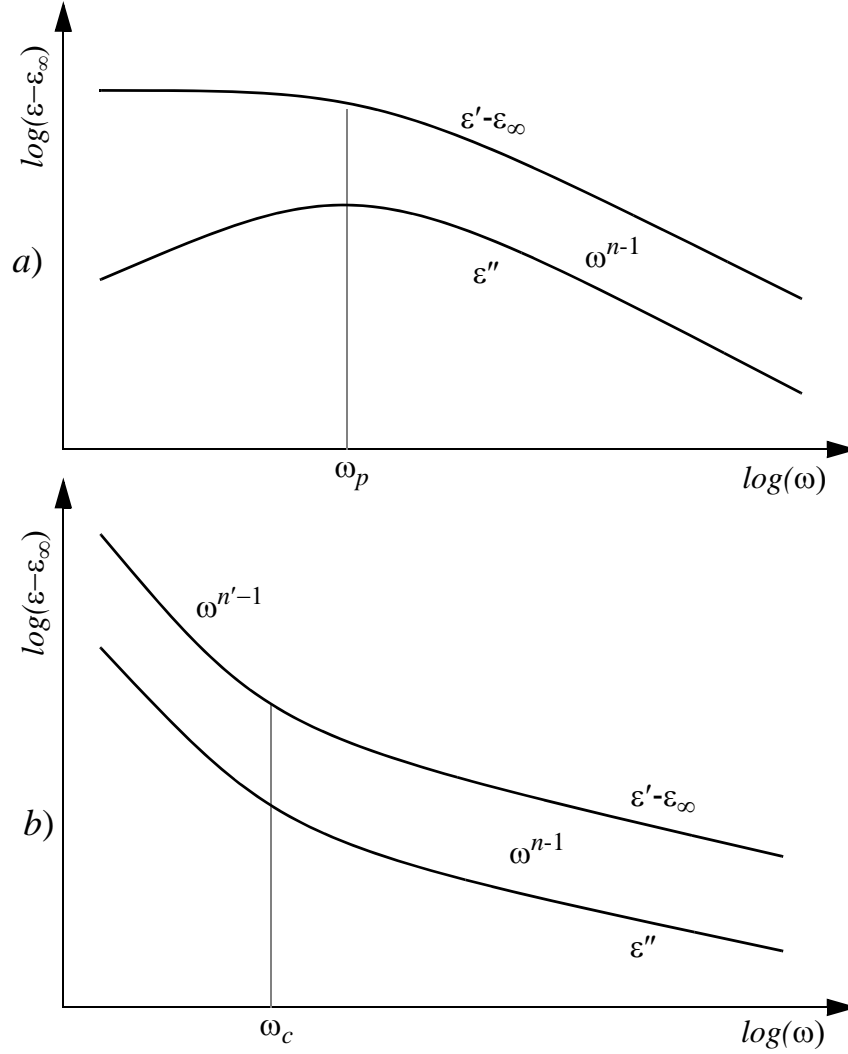


figure 1: Représentation schématique de deux types de réponses diélectriques montrant (sur une échelle logarithmique) la variation du logarithme de $\epsilon' - \epsilon_\infty$ et de la partie imaginaire de la permittivité en fonction du logarithme de la fréquence $\log(\omega)$. Les deux cas montrent la loi ‘universelle’ avec une dépendance ω^{n-1} pour les hautes fréquences. Le diagramme (a) correspond à une réponse où la polarisation dipolaire domine avec une fréquence critique de ω_p , le diagramme (b) donne la réponse de charges de l’espace à basse fréquence avec un exposant ($n' < n$) qui augmente en passant par une zone de transition de fréquence caractéristique ω_c (Modifié de Jonscher, 1977).

En effet la partie imaginaire ϵ'' de la permittivité et $\epsilon' - \epsilon_\infty$ sont des transformées de Hilbert de l’une et l’autre (Jonscher, 1977), donc la connaissance d’une des deux fonctions $\epsilon''(\omega)$ ou $\epsilon'(\omega) - \epsilon_\infty$ détermine la réponse diélectrique du système. Nous avons donc:

$$\epsilon''(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\epsilon'(\omega_0) - \epsilon_\infty}{\omega - \omega_0} d\omega_0 \quad (8)$$

et

$$\varepsilon'(\omega) - \varepsilon_\infty = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\varepsilon''(\omega_0)}{\omega - \omega_0} d\omega_0 \quad (9)$$

En utilisant l'équation (9) dans le cas où $\varepsilon'' = \omega^{n-1}$ (voir équation 7) nous pouvons facilement trouver que: $\varepsilon'(\omega) - \varepsilon_\infty = \tan\left(\frac{n\pi}{2}\right) \text{sgn}(\omega) \omega^{n-1} = \tan\left(\frac{n\pi}{2}\right) \text{sgn}(\omega) \varepsilon''(\omega)$ et par conséquent, en ne considérant que les fréquences positives, le rapport $\varepsilon''/(\varepsilon' - \varepsilon_\infty)$ est indépendant de la fréquence et est donné par:

$$\frac{\varepsilon''(\omega)}{\varepsilon'(\omega) - \varepsilon_\infty} = \cot\left(\frac{n\pi}{2}\right) = \text{const} \quad (10)$$

Ceci est en contraste complet avec le comportement de Debye pour lequel ce rapport est égal à $\omega\tau$ (voir équation 6).

La valeur de ε_∞ peut être estimée à partir des mesures de la partie réelle de la permittivité si une saturation (c.à.d. si les valeurs de $\varepsilon'(\omega)$ varient très peu (ou presque pas) lorsque $\omega \rightarrow \infty$) de ces mesures est observée pour les plus hautes fréquences. Cependant, l'estimation de ε_∞ peut être difficile si une telle saturation n'est pas observée. Dans ce cas une technique utile (Böttcher & Bordewijk, 1978; Hill & Jonscher, 1983) consiste à calculer la transformée de Hilbert de la partie imaginaire ($\varepsilon''(\omega)$) afin d'obtenir la valeur théorique $\varepsilon'(\omega) - \varepsilon_\infty$ (équation 9) pour la plus haute fréquence disponible. A partir de cette valeur et de la valeur mesurée de $\varepsilon'(\omega)$ pour la même fréquence (la plus haute) nous pouvons estimer ε_∞ .

1.C / Modèles diélectriques à Q constant

Un modèle aux pertes diélectriques constantes ou modèle à un facteur de qualité Q indépendant de la fréquence (modèle diélectrique à Q constant) implique que les parties réelle et imaginaire de la permittivité doivent suivre la même loi en fréquence (voir équation 5). Il paraîtra donc raisonnable d'essayer un matériel à une réponse diélectrique dont les parties réelle et imaginaire sont présentées par deux droites parallèles dans un système à échelle logarithmique ($\log(\varepsilon)$ en fonction du $\log(\omega)$) sur une bande de fréquence supérieure à la fréquence critique ($\omega > \omega_p$). Par conséquent, afin de modéliser l'atténuation en radar, nous prenons une réponse diélectrique de la forme suivante:

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_r \left(-i \frac{\omega}{\omega_r}\right)^{n-1} = \varepsilon_r \left|\frac{\omega}{\omega_r}\right|^{n-1} (-i \text{sgn} \omega)^{n-1} \quad (11)$$

où $0 \leq n < 1$ et ω_r , ε_r sont deux constantes; ω_r est une fréquence de référence arbitraire et ε_r aura les mêmes dimensions que la permittivité et est égale à ε pour $n = 1$. Une fonction similaire pour le module élastique a été utilisée par Kjartansson (1979), dans le cas des pertes mécanique pour les solides. Notre choix (équation (11)) est basé sur le fait que les réponses diélectrique et mécanique, dans la plupart des cas, montrent des tendances similaires (McCall, 1969; Jonscher, 1977). En décomposant $\varepsilon(\omega)$ dans l'équation (11) en sa partie réelle et imaginaire et en ne considérant que les fréquences positives on obtient :

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_r \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right)^{n-1} \left[\exp\left(-i\frac{\pi}{2}\right) \right]^{n-1}$$

ou bien

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_r \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right)^{n-1} \left[\sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) + i \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right) \right] \quad (12)$$

Ainsi l'équation (12) confirme que l'argument de la permittivité dans l'équation (11), ou bien l'angle de phase entre le courant total et le champ électrique est indépendant de la fréquence; en conséquence, il suit de l'équation (5) que Q (ou l'angle de perte) est indépendant de la fréquence :

$$\frac{\varepsilon''}{\varepsilon'} = \cot\left(\frac{n\pi}{2}\right) = \frac{1}{\tan\left(\frac{n\pi}{2}\right)} = \frac{1}{Q} \quad (13)$$

soit

$$n = \frac{2}{\pi} \text{atan}(Q) \quad (14)$$

Le nombre d'onde complexe (ou la constante de propagation complexe) k est donné par (voir aussi l'équation 4):

$$k(\omega) = \omega \sqrt{\mu \varepsilon(\omega)} \quad (15)$$

Où pour la plupart des roches non-magnétiques le paramètre constitutif μ est égal à la perméabilité magnétique du vide (μ_0). Remplaçant l'équation (12) dans l'équation (15) et en supposant que les fréquences sont positives, on trouve :

$$k = \omega \sqrt{\mu \varepsilon_r} \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right)^{\frac{n-1}{2}} \left\{ \cos \left[\frac{\pi}{4} (1-n) \right] + i \sin \left[\frac{\pi}{4} (1-n) \right] \right\} \quad (16)$$

Notons

$$V_r = \frac{1}{\sqrt{\mu \varepsilon_r} \cos \left[\frac{\pi}{4} (1-n) \right]}$$

l'équation (16) devient alors:

$$k = \frac{\omega}{V_r} \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right)^{\frac{n-1}{2}} \left\{ 1 + i \tan \left[\frac{\pi}{4} (1-n) \right] \right\} \quad (17)$$

Les termes de la dispersion et de l'absorption sont introduits respectivement par la partie réelle et imaginaire du nombre d'onde k . En écrivant le nombre d'onde complexe comme (voir équation 4): $k = \beta + i\alpha$, où $\beta = \omega/V(\omega)$, avec $V(\omega)$ la vitesse de phase et α le coefficient d'absorption, et en comparant cette définition de k avec l'équation (17), on obtient:

$$V(\omega) = V_r \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right)^{\frac{1-n}{2}} \quad (18)$$

et

$$\alpha(\omega) = \frac{\omega}{V(\omega)} \tan \left[\frac{\pi}{4} (1-n) \right] \sim \omega^{\frac{1+n}{2}} \tan \left[\frac{\pi}{4} (1-n) \right] \quad (19)$$

Ici $0 \leq n < 1$, le cas $n = 1$ correspond à un milieu sans absorption ni dispersion (vitesse indépendante de la fréquence), autrement dit à un milieu au facteur de qualité $Q = \infty$ ($\alpha = 0$), soit $k = \omega/V_r$ réel (voir équation 17). Le résultat dans (18) est la relation de dispersion proposée pour la première fois par Kjartansson (1979) dans le cas des pertes mécaniques pour les solides. Cette équation nous montre que la vitesse de phase $V(\omega)$ augmente lorsque ω augmente, c'est la dispersion 'anormale'; à l'inverse si une augmentation de ω conduit à une diminution de $V(\omega)$, on dit que la dispersion est 'normale'. Dans la nature, le comportement 'anormal' est plus courant que le comportement 'normal' (Stratton, 1941). L'équation (18) indique aussi que V_r est simplement la vitesse de phase pour la fréquence de référence ω_r et puisque V est légèrement ($n \approx 1$) dépendante de la fréquence, le coefficient de l'absorption α dans (19) n'est pas exactement proportionnel à la fréquence. Le modèle de la loi de puissance, proposé ci-dessus, est basé sur des études empiriques de la réponse diélectrique et est valide pour une gamme de fréquences (supérieure à ω_p) et pour une valeur positive quelconque de Q .

En effet les parties réelle et imaginaire du nombre d'onde complexe ($k = \beta + i\alpha$) sont reliées par la Transformée de Hilbert (Papoulis 1962, voir aussi *Appendice A*). Nous avons donc :

$$\frac{\omega}{V(\omega)} - \frac{\omega}{V_\infty} = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\alpha(\omega_0)}{\omega - \omega_0} d\omega_0 = H[\alpha(\omega)] \quad (20)$$

où V_∞ est la valeur limite de la vitesse de phase $V(\omega)$ lorsque $\omega \rightarrow \infty$, et $H[\alpha(\omega)]$ est la transformée de Hilbert de l'atténuation $\alpha(\omega)$. Pour que cette transformée existe il faut que l'atténuation $\alpha(\omega)$ remplisse la condition du théorème de Paley-Wiener (1934) et qu'elle soit de carré sommable (Papoulis 1962) afin que la Transformée de Fourier inverse de $\alpha(\omega)$ soit causale. Ces conditions sont remplies pour des fonctions $\alpha(\omega)$ du type $|\omega|^\gamma$ avec $0 \leq \gamma < 1$ (Kalinin et al., 1967; Azimi et al., 1968; Weaver et Pao (1981); Brennan et Smylie, 1981; Szabo, 1994; 1995); c'est le cas de l'équation (19) puisque $0 \leq n < 1$. Dans ce cas (*Appendice A*) nous démontrons que l'expression de la vitesse de phase $V(\omega)$ donnée par la relation de dispersion (20) est exactement la même que celle trouvée dans l'équation (18) à condition que $V_\infty = \infty$ (i.e. $\varepsilon_\infty = 0$). C'est l'approche d'un milieu qui est supposé de n'avoir aucune réponse diélectrique instantanée ($\varepsilon_\infty = 0$). Cette hypothèse est valide pour une bande de fréquences très étroites ce qui est le cas des antennes radar. En pratique, nous devons accepter que pour des différentes bandes de fréquences (différentes antennes) nous devons trouver différentes valeur de qualité (Q). Powers & Olhoeft (1994), Hollender & Tillard (1998) et Grandjean et al. (2000) ont observé des valeurs de facteur de qualité qui augmente avec la fréquence.

1.D / Milieu à Q constant peu absorbant ($n \approx 1$)

Pour $n \approx 1$ (c.à.d. grande valeur de Q ou une atténuation faible, voir les équations 14 et 19), la tangente en (13) et (17) peut être remplacée par son argument (c.à.d $1-n \approx 2/(\pi Q)$ et $\tan[\pi(1-n)/4] \approx \pi(1-n)/4 \approx 1/2Q$), et dans ce cas la relation de dispersion (18) devient :

$$\frac{1}{V(\omega)} = \frac{1}{V_r} \left[1 - \frac{1}{\pi Q} \ln\left(\frac{\omega}{\omega_r}\right) \right] \quad (21)$$

et l'atténuation α est exactement proportionnel à la fréquence (voir *Appendice B*) :

$$\alpha = \frac{\omega}{2V_r Q} \quad (22)$$

L'équation (21) est exactement la même que la relation de dispersion trouvée par Futterman (1962), Kanamori & Anderson (1977), Kjartansson (1979) et Müller (1983)

dans le cas des pertes mécaniques pour un milieu à Q constant et peu absorbant. Ce résultat est couramment utilisé en sismologie dans le cas des ondes de volume. Turner et Siggins (1994) ont trouvé empiriquement que le coefficient de l'absorption α est donné par la sommation d'une valeur constante (α_0) avec un autre terme qui est proportionnel à la fréquence et qui dépend d'un nouveau paramètre Q^* . Ce dernier paramètre est égal à Q lorsque $\alpha_0 = 0$. D'autres études expérimentales (Noon et al., 1996; 1998) ont aussi confirmé qu'une relation linéaire existe entre l'atténuation électromagnétique et la fréquence dans le cas d'un milieu peu absorbant.

Les équations (11) jusqu'à (14), à une constante près (ε_∞), sont en bon accord avec la loi 'universelle' de Joncscher (1977). Tenir compte de cette constante implique d'ajouter ε_∞ dans la partie réelle de l'équation (11). Hollender et Tillard (1998) ont utilisé ce cas afin de modéliser la propagation et les coefficients de réflexion des ondes radar. Nous avons aussi discuté ce cas dans *Appendice C* (voir aussi Bano 1996b) où nous trouvons (pour $n \approx 1$, faible atténuation) la même relation de dispersion (21) mais avec un facteur de qualité effective (Q_{eff}) qui est proportionnel à celui donné par l'équation (13) :

$$\frac{1}{Q_{eff}} = \frac{\varepsilon_r^0}{Q(\varepsilon_r^0 + \varepsilon_\infty)} = \frac{\varepsilon_r^0}{\tan\left(\frac{n\pi}{2}\right)(\varepsilon_r^0 + \varepsilon_\infty)} \quad \text{et} \quad V_r = \frac{1}{\sqrt{\mu(\varepsilon_r^0 + \varepsilon_\infty)}}$$

Avec $\varepsilon_r^0 = \varepsilon_r \cos[(1-n)\pi/2]$ (voir *Appendice C*).

1.E / Profondeur d'investigation radar

Soit $E_0(\omega)$ le spectre complexe de la source (ondelette) électrique $e_0(t)$ des données radar en $z = 0$. Le spectre complexe théorique (ou synthétique) $E(\omega, z)$ de l'ondelette transmise à une distance z depuis la source est alors donné par:

$$E(\omega, z) = G(z)f(\theta)E_0(\omega)\exp[ik(\omega)z] = G(z)f(\theta)E_0(\omega)\exp\left[i\frac{\omega}{V(\omega)}z\right]\exp[-\alpha z] \quad (23)$$

Où $G(z)$ est le terme de la divergence sphérique et $f(\theta)$ représente le diagramme de rayonnement de l'antenne en fonction de l'angle de transmission θ , et les deux termes sont supposés indépendants de la fréquence. La première fonction exponentielle dans l'équation (23) correspond au terme de propagation (la dépendance de la vitesse avec la fréquence introduit la dispersion), et la seconde correspond à un facteur d'amplitude ou le terme de l'atténuation. Dans l'analyse qui suit nous allons négliger les termes de la divergence sphérique ($G(z)$) et du diagramme de rayonnement ($f(\theta)$), puisque nous

normalisons les amplitudes des ondelettes par leur valeurs maximales (voir plus loin).

La profondeur de peau (skin depth) est la distance pendant laquelle le champ électrique diminue d'un facteur de $e = 2.718$, et est donnée par l'inverse de α (voir équation 19):

$$\delta_z = \frac{1}{\alpha} = \frac{V_r \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right)^{\frac{1-n}{2}}}{\omega \tan \left[\frac{\pi}{4} (1-n) \right]} \quad (24)$$

Nous pouvons aussi définir une profondeur de peau en unité de temps comme suit:

$$\delta_t = \frac{\delta_z}{V_r} = \frac{\left(\frac{\omega}{\omega_r} \right)^{\frac{1-n}{2}}}{\omega \tan \left[\frac{\pi}{4} (1-n) \right]} \quad (25)$$

Pour une fréquence de 100 MHz ($\omega = \omega_r = 2\pi 100$ MHz) et pour deux valeurs différentes de Q ($Q=15, 30$), à partir de l'équation (25) on trouve pour δ_t les valeurs de 47.8 ns et 95.5 ns respectivement. Pour une vitesse $V_r = 0.13$ m/ns (le cas du sel et du granite), la profondeur de peau δ_z aura les valeurs de 6.21 m et 12.41 m. L'atténuation A (en dB/m) relative à la profondeur de peau (δ_z) est donnée par:

$$A_{\text{(dB/m)}} = \frac{20}{\delta_z} \log(e) = \frac{8,6858}{\delta_z} \quad (26)$$

Par conséquent, pour $Q = 15$ nous trouvons $A = 1.4$ dB/m et, pour $Q = 30$, $A = 0.7$ dB/m. Ces valeurs de l'atténuation (intrinsèque) pour les fréquences radar sont en bon accord avec celles données par Davis et Annan (1989) dans le cas du granite et du sel. Supposons une valeur élevée du rapport signal sur bruit (S/B) de l'ordre de 60 dB, alors pour la fréquence de 100 MHz la profondeur de pénétration ou la profondeur d'investigation (en transmission) aura respectivement les valeurs de 43 m (pour $Q = 15$) et 86 m (pour $Q = 30$).

En outre l'atténuation intrinsèque (discutée ci-dessus), le signal radar subit aussi l'atténuation de la divergence sphérique et l'atténuation de la diffusion (scattering). Ces effets vont faire que la profondeur d'investigation sera moins importantes que les valeurs trouvées précédemment. Notons ici que la profondeur d'investigation en réflexion (trajet aller-retour) sera deux fois moins importante que celle estimée dans le cas de la transmission (trajet aller simple). Une étude empirique montrant la profondeur maximale d'investigation dans le cas de la réflexion radar sur les sédiments Quaternaire est présentée par Smith et Jol (1995).

1.F / Modélisation de l'ondelette radar en transmission

En remplaçant les équations (18) et (19) dans l'équation (23) et en changeant la distance z en temps de propagation par $T = z/V_n$, on obtient:

$$E(\omega, T, n) = E_0(\omega) \exp \left\{ \omega T \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right)^{\frac{n-1}{2}} \left[i - \tan \left(\frac{\pi}{4} [1 - n] \right) \right] \right\} \quad (27)$$

Notons ici que n et Q sont reliés par la relation (14), et que tous les deux sont indépendants de la fréquence. En appliquant une Transformée de Fourier (TF) inverse à l'équation (27), on peut trouver l'ondelette théorique $e(t, T, n)$, transmise à un temps T dans un milieu à un facteur de qualité Q . La Figure 2 montre l'évolution d'une ondelette radar avec le temps de parcours pour une valeur constante du facteur de qualité $Q = 10$. La source utilisée ici est un signal radar plus au moins symétrique de fréquence centrale de 100 MHz (Tillard, 1991). A partir de cette figure on peut constater que le signal devient de plus en plus large lorsque le temps de parcours augmente, son amplitude diminue (absorption) et sa forme a changé (dispersion). Le spectre d'amplitude de chaque ondelette propagée est présenté sur la Figure 2b, à partir de laquelle on peut noter que l'amplitude du spectre diminue et que le spectre se déplace vers les basses fréquences pour des valeurs de T élevés.

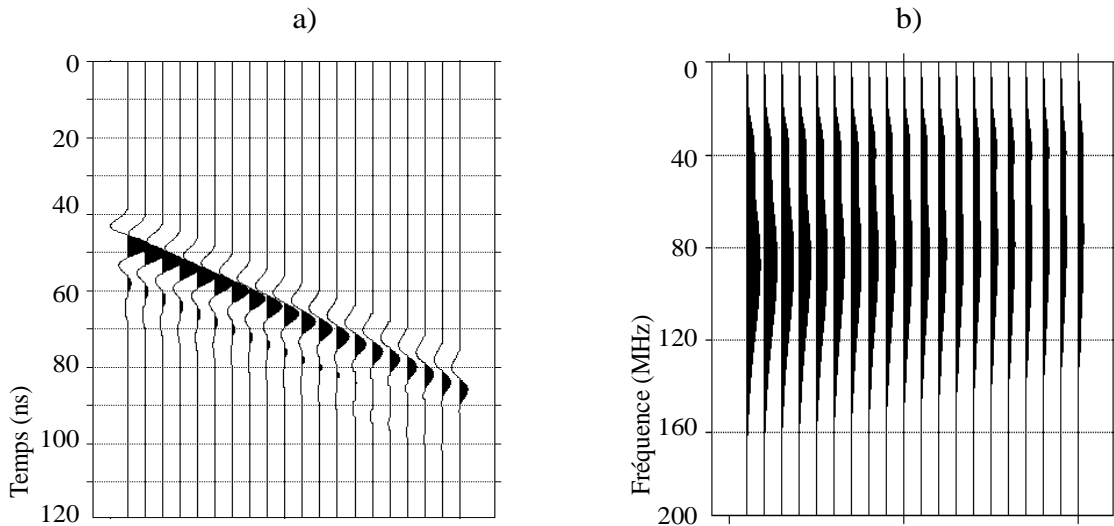


figure 2: a) Evolution d'une ondelette radar (100 MHz) avec le temps de parcours dans un milieu absorbant et dispersif ($Q=10$). b) Le spectre d'amplitude de a).

1.G / Estimation du facteur de qualité Q

La méthode d'estimation du facteur de qualité Q présentée ici est équivalente à la modélisation d'ondelette introduit par Jannsen *et al.* (1985) dans le cas de la sismique. Blair et Spathis (1982, 1984) ont aussi utilisé l'approche de Kjartansson (1979) afin de

modéliser les pertes mécaniques dans les solides. Afin d'obtenir la valeur du facteur de qualité Q nous calculons les ondelettes atténuées pour certaines valeurs de Q et choisissons la solution optimale en comparant les ondelettes théoriques avec l'ondelette réelle observée $e_{\text{obs}}(t)$. Puisque la quantité de l'absorption dépend aussi du temps de parcours T (voir l'équation 27), ce paramètre peut être déterminé simultanément avec Q , ceci étant fait en faisant varier T dans un intervalle raisonnable de temps. La comparaison entre les deux ondelettes (théorique et observée) est faite en utilisant la norme L_2 . Par conséquent le facteur de qualité Q et le temps de parcours T sont déterminés en prenant le minimum de la fonction suivante:

$$S(T_i, n_i) = \sum_j [e(j, T_i, n_i) - e_{\text{obs}}(j)]^2 \quad (28)$$

La sommation (sur l'indice j) en temps dans (28) est effectuée sur une longueur de l'ondelette; $e(j, T_i, n_i)$ est la valeur théorique de l'ondelette à l'échantillon j en temps et à l'ensemble des paramètres (T_i, n_i) , et $e_{\text{obs}}(j)$ est la valeur de l'ondelette transmise observée à l'échantillon j en temps. Dans notre étude la comparaison entre deux ondelettes est faite en utilisant les amplitudes normalisées par leurs valeurs maximales; c'est la raison pour laquelle la divergence sphérique et le diagramme de rayonnement ne sont pas pris en compte dans l'équation (27).

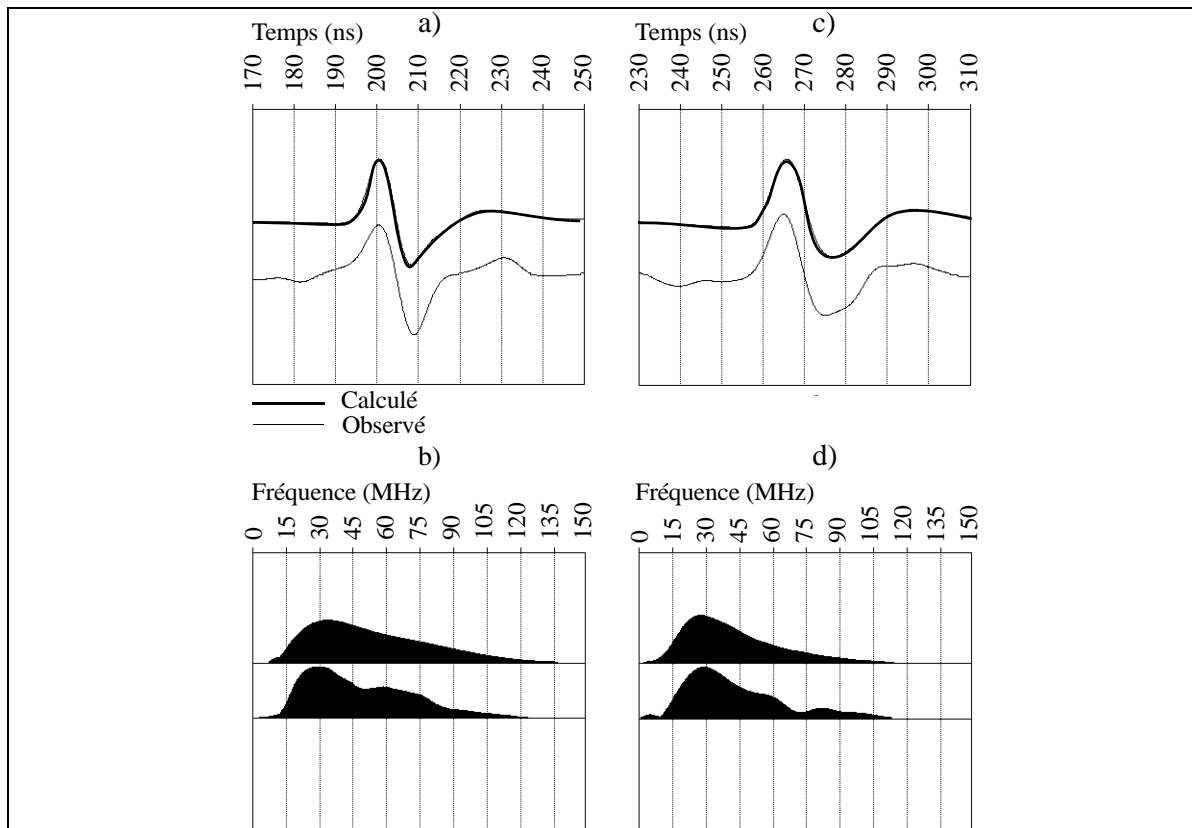


figure 3: Comparaison entre ondelette modélisée et observée (100 MHz). a) ondelette modélisée (trait gras) avec $Q=14$, et ondelette observée transmise dans le granite (trait fin). b) Spectres de l'ondelette modélisée et observée respectivement. c) et d) même chose que a) et b), mais le temps de parcours de l'ondelette est plus grand.

La Figure 3 présente la méthode de propagation et la comparaison de l'ondelette radar modélisée (trait gras) et de l'ondelette réelle transmise (trait fin) dans un milieu granitique altéré et fracturé (Bano, 1996b;). Les données réelles (trait fin) de cette figure ont été acquises dans une galerie de mine granitique en mode transmission en utilisant les antennes de 100 MHz (Tillard, 1991). La source radar intacte utilisée pour la modélisation est la même que celle utilisée dans le cas de la Figure 2a. La fréquence de référence f_r ($\omega_r = 2\pi f_r$) pour cette modélisation a été choisie au centre de la bande fréquentielle, qui dans le cas d'un granite altéré et fortement fracturé est à peu près 40 MHz (Tillard, 1994). En utilisant l'équation (28) nous avons trouvé que la meilleure ressemblance entre les deux ondelettes (modélisée et observée) est pour une valeur de $Q = 14$. On peut noter que le signal qui a voyagé plus longtemps (3c) est devenu plus large comparé à celui de la Figure 3a. Les spectres d'amplitudes sont présentés sur les Figures 3b et 3d respectivement, d'où l'on peut constater que le spectre d'amplitude s'est déplacé vers les basses fréquences lorsque le temps de propagation a augmenté. Le pic d'amplitude dans le cas de la Figure 3b est à peu près à 30 MHz, tandis que dans le cas de la Figure 3d il (le pic) se trouve pour une fréquence inférieure à 30 MHz (le signal devient plus large lorsque le temps de propagation augmente dans un milieu absorbant).

La fiabilité de l'estimation du facteur de qualité dépend de l'atténuation elle-même et du niveau du bruit présent sur les données réelles. Ainsi, le cas d'un facteur de qualité faible (atténuation élevée) sera plus facile à calculer avec une grande fiabilité comparé au cas d'un facteur de qualité élevé. En outre, plus le niveau du bruit est élevé, plus problématique devient le calcul du facteur de qualité. Pour plus de détails sur les erreurs et la fiabilité de calcul du facteur de qualité on peut trouver dans Janssen *et al.* (1985) et Tonn (1991).

2 - Compensation des pertes diélectriques (Filtre Inverse Q)

Lors de la propagation du signal radar dans un milieu à une réponse diélectrique complexe et dépendante de la fréquence nous avons observé deux phénomènes: l'amplitude du signal diminue (absorption) et sa forme change (dispersion); ce qui veut dire que le signal radar n'est pas stationnaire (il change au cours du temps). Par conséquent, les techniques classiques de la convolution ou de l'imagerie (migration), basées sur la stationnarité du signal (telles que les techniques du traitement sismique) ne sont pas efficaces dans le cas des ondes radar. Il est donc évident que ces perturbations (absorption et dispersion) du signal radar doivent être éliminées en appliquant des filtres inverse-Q appropriés.

Afin de compenser l'atténuation des données radar, Turner (1994) a proposé une méthode de deconvolution par propagation. Des méthodes de prolongation à une dimension (1D) du champ d'onde vers le bas décrivant le processus physique de la déformation du signal ont été aussi proposées par Hargreaves et Calvert (1992) dans le cas des données sismiques.

Afin d'améliorer les images radar et compte tenu des résultats encourageants de la modélisation en 1D des ondes électromagnétiques (voir Chapitre 1), nous avons aussi développé des méthodes d'imagerie radar (filtre inverse-Q) à 1 et 2D dans le cas d'un milieu absorbant et dispersif (Bano, 1996c). Cette étude a été inspirée par une étude similaire faite auparavant dans le cas de l'imagerie en 1D des ondes sismiques (Bano, 1996a.). Ces méthodes sont basées sur la prolongation du champ d'ondes pondéré dans le domaine de Fourier et sont valides pour un milieu homogène horizontalement stratifié. Les résultats de ces techniques sont testés et illustrés sur les données synthétiques et réelles.

2.A / Filtre inverse Q dans le cas de la propagation à 1D

Nous avons vu précédemment (Chapitre 1) qu'en prenant une fonction puissance complexe pour la permittivité diélectrique totale, nous trouvons l'expression suivante pour la constante de propagation complexe k :

$$k = \frac{\omega}{V_r} \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right)^{\frac{n-1}{2}} \left\{ 1 + i \tan \left[\frac{\pi}{4} (1-n) \right] \right\} = \beta(\omega) + i\alpha(\omega) \quad (29)$$

avec

$$V(\omega) = V_r \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right)^{\frac{1-n}{2}} \quad (30)$$

où $n = (2/\pi)\text{atan}(Q)$, et $V(\omega)$ est la vitesse de phase des ondes radar avec V_r la vitesse de phase pour la fréquence de référence arbitraire ω_r . Ici $0 < n < 1$, où le cas $n = 1$ correspond à un milieu sans absorption ni dispersion ($Q = \infty$, soit k réel).

Supposons que le champ électrique $\mathbf{E}(x, z, \omega)$ est polarisé selon la direction y ($\mathbf{E} = (0, E_y, 0)$), et en considérant le cas de la propagation à une dimension (1D), l'équation de l'Helmholtz (2) devient:

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} = -k^2 E_y(z, \omega) = (ik)^2 E_y(z, \omega) = [i(\beta + i\alpha)]^2 E_y(z, \omega) \quad (31)$$

Cette équation a deux solutions: $e^{ikz} = e^{i(\beta+i\alpha)z}$ et $e^{-ikz} = e^{-i(\beta+i\alpha)z}$, avec k donné par l'équation (29). La première solution est une onde se propageant vers le bas (z croissants) et la seconde est une onde montante se propageant vers le haut (z décroissants). Afin de compenser pour l'atténuation (filtre inverse Q) des ondes radar nous allons utiliser la seconde solution. La première solution peut être utilisée dans le cas de la modélisation directe du facteur de qualité (voir chapitre précédent).

Par conséquent, en utilisant le nombre d'onde k donné en (29), nous proposons une méthode de compensation pour l'atténuation (filtre inverse- Q) des données radar qui est équivalente à une extrapolation (en 1D) vers le bas du champ d'onde pondéré dans le domaine de fréquence. Le milieu de propagation est supposé aux couches planes horizontalement homogènes. Donc le champ d'onde $e_y(t = 0, \Delta\tau)$ à une profondeur quelconque Δz (ou temps de parcours $\Delta\tau = \Delta z/V_r$) compensé pour l'atténuation est donné par:

$$e_y(t = 0, \Delta\tau) = \frac{1}{2\pi} \int E_y(\omega, \Delta\tau) G(\omega - \omega_r) d\omega \quad (32)$$

avec

$$E_y(\omega, \Delta\tau) = E_y(\omega, 0) \exp(-ik\Delta z) = E_y(\omega, 0) \exp(-ikV_r\Delta\tau) \quad (33)$$

où $E_y(\omega, 0)$ représente la Transformée de Fourier (TF) en temps du champ d'onde observé $e_y(t, z = 0)$ en $z = 0$, et $G(\omega - \omega_r)$ est une fonction Gaussienne de pondération qui laisse intacte les basses fréquences (les fréquences inférieure à ω_r), mais qui modifie les hautes fréquences (les fréquences supérieure à ω_r), et est donnée par:

$$G(\omega - \omega_r) = \begin{cases} 1 & \text{pour } |\omega| < \omega_r \\ \exp\left[-\frac{(\omega - \omega_r)^2}{2s^2}\right] & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (34)$$

Avec s la largeur de la bande passante fréquentielle des données radar, et ω_r est choisie égale à la fréquence centrale de cette bande. La largeur de la bande s diminue lorsque le temps de parcours augmente, donc la fréquence de référence ω_r va se déplacer vers les basses fréquences et par conséquent la fonction de pondération sera un filtre passe-bas dont la bande fréquentielle varie (diminue) en temps. Cette fonction de pondération est nécessaire à cause des pertes des fréquences les plus élevées qui se sont atténuées en dessous du niveau de bruit. Par conséquent, on ne peut pas restituer cette partie de la bande fréquentielle qui est complètement détruite.

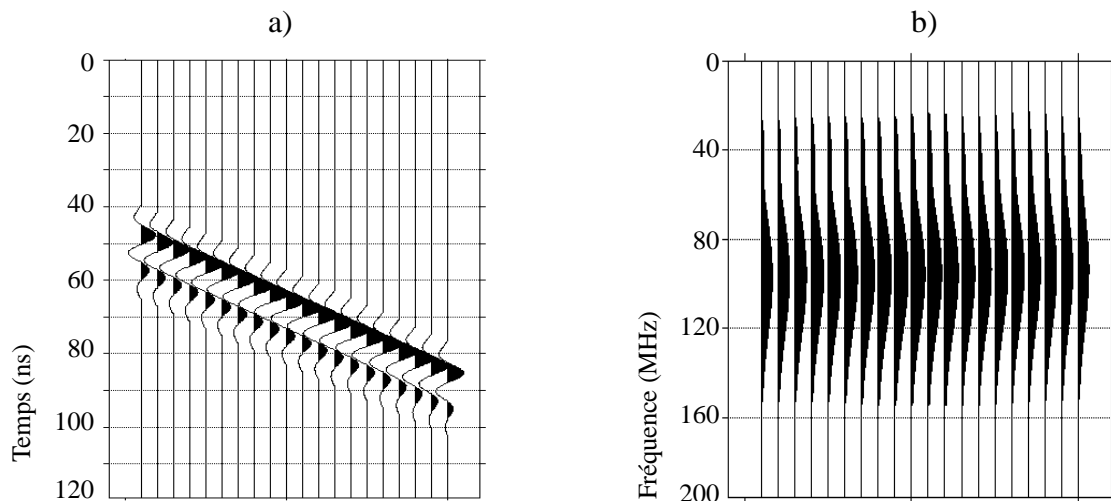


figure 4: a) Filtre inverse Q de la Figure 2a), le signal radar est le même pour toutes les traces b) le spectre d'amplitude de a), la fréquence centrale est à peu près 95 MHz

La Figure 4a montre le résultat de l'application du filtre inverse Q aux données synthétiques de la Figure 2a. A partir de cette figure nous constatons que l'amplitude et la forme du signal radar sont les mêmes pour toutes les traces et que le pic du spectre d'amplitude se trouve à une fréquence centrale de 95 MHz (Figure 4b), qui est légèrement intérieure à 100 MHz (fréquence centrale du signal intacte).

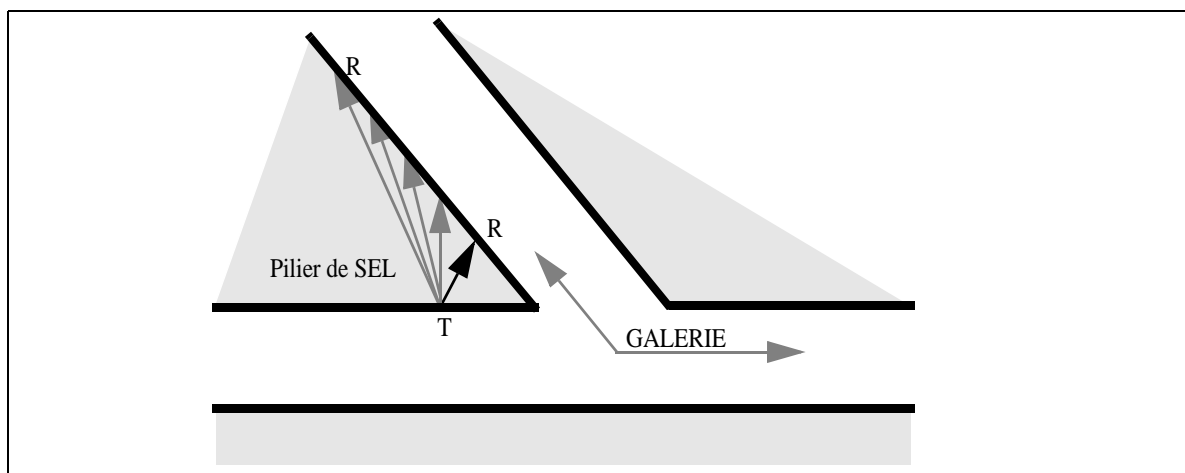


figure 5: Illustration schématique de la configuration des antennes dans le cas de l'acquisition radar en transmission à travers un pilier de sel dans une galerie de mine. T: Antenne émettrice (transmitter); R: antenne réceptrice (receiver).

La Figure 6 montre l'application de cette méthode aux données réelles transmises dans le sel. Les données de la Figure 6a ont été obtenues avec le système radar PulseEKKO IV et l'acquisition a été faite en positionnant l'antenne émettrice et réceptrice de part et d'autre d'un pilier de sel dans une mine de potasse en utilisant les antennes de 50 MHz (Tillard, 1991). La position de l'antenne émettrice est fixe et l'antenne réceptrice se déplace de l'autre côté du pilier à des pas constant de 0.5 m (voir Figure 5). Par conséquent, l'angle de transmission n'est pas constant et l'amplitude du signal enregistré pourrait dépendre aussi de la forme du diagramme de rayonnement qui est fonction de cet angle. Néanmoins, pour des petite valeurs de l'angle de transmission ces effets sont négligeables et ne sont pas pris en compte dans notre approche.

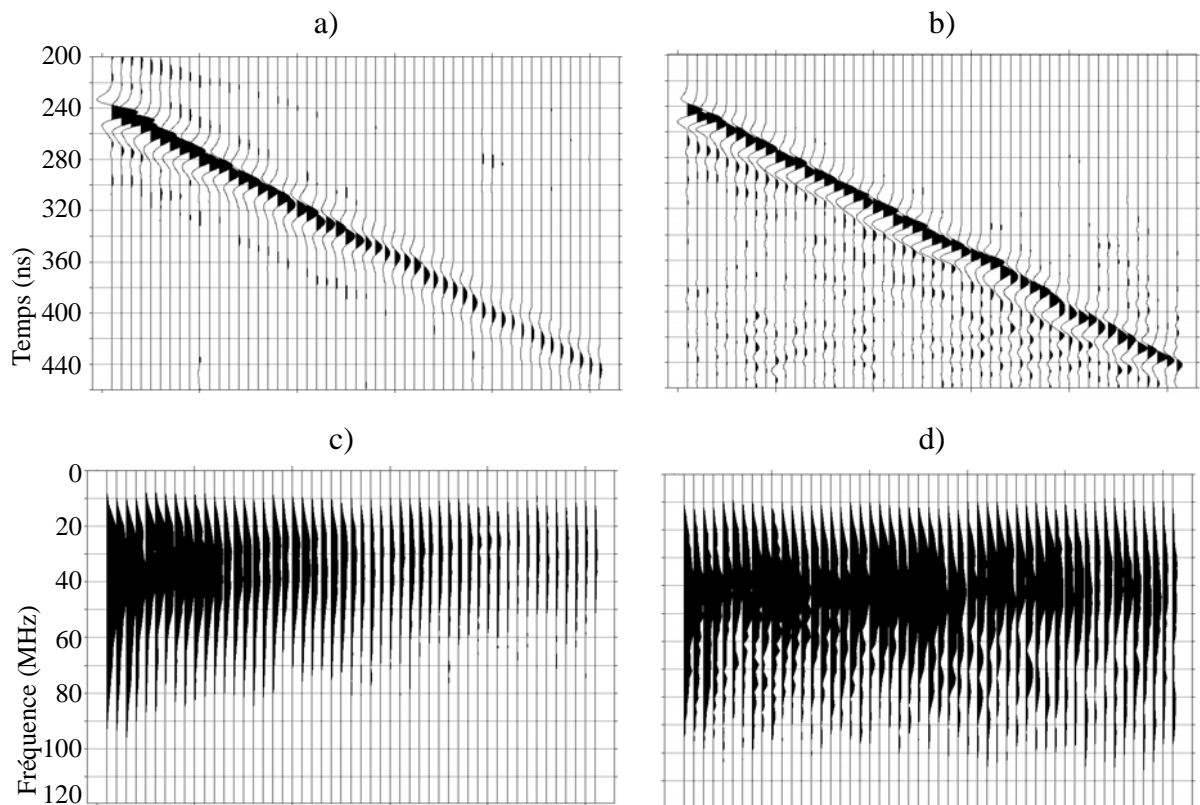


figure 6: a) Données réelles (50 MHz) transmises dans le sel. b) Filtre inverse Q de a), le facteur de qualité varie linéairement de 40 à 20 avec la distance. c) et d) le spectre d'amplitude respectivement de a) et b).

Le facteur de qualité utilisé dans le filtre inverse-Q, a été déterminé par la méthode exposée précédemment et diminue linéairement de 40 à 20 lorsque le temps de parcours augmente. La fréquence centrale f_r ($\omega_r = 2\pi f_r$), utilisée dans le calcul de la fonction de pondération $G(\omega - \omega_r)$, est estimée directement à partir des données et décroît linéairement de 50 à 30 MHz lorsque le temps de parcours augmente (50 MHz à $t = 0$ ns et 30 MHz à $t = t_{\max}$). Le résultat du filtre inverse-Q est montré sur la Figure 6b. Une divergence sphérique proportionnelle au t^2 a été aussi appliquée après l'application du filtre inverse-Q. Les spectres d'amplitude sont présentés sur les

Figures 6c et d respectivement, d'où l'on constate que la bande fréquentielle (des spectres) après l'application du filtre inverse-Q est presque la même (Figure 6d). Au contraire, la bande fréquentielle (des spectres) avant l'application de ce filtre (Figure 6c) diminue lorsque le temps de parcours augmente.

2.B / Filtre inverse Q dans le cas de la propagation à 2D

Considérons maintenant le cas de la propagation à deux dimensions (2D), l'équation de l'Helmholtz (2) s'écrit:

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} = -k^2 E_y(x, z, \omega) = (ik)^2 E_y(z, \omega) = [i(\beta + i\alpha)]^2 E_y(z, \omega) \quad (35)$$

En effectuant la TF de l'équation (35) par rapport à x , on peut facilement trouver:

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} = (k_x^2 - k^2) E_y(k_x, z, \omega) = -k_z^2 E_y(k_x, z, \omega) \quad (36)$$

où $k_z = (k^2 - k_x^2)^{1/2}$, avec $k = \beta + i\alpha$ donné par (29). Comme dans le cas à 1D, l'équation (36) a aussi deux solutions: $e^{ik_z z}$ et $e^{-ik_z z}$ (voir Claerbout, 1976). Pour l'imagerie avec le filtre inverse Q dans le cas de la propagation à 2D (ou la migration avec le filtre inverse Q) nous allons utiliser la seconde solution.

La méthode de migration avec le filtre inverse Q développée ici est semblable à la migration par phase-shift pour un champ d'onde pondéré. Donc, le champ d'onde $E_y(k_x, \Delta\tau)$ à une profondeur quelconque Δz (ou temps de parcours $\Delta\tau = \Delta z/V_r$) imagé avec le filtre inverse Q est donné par:

$$E_y(k_x, \Delta\tau) = \frac{1}{2\pi} \int E_y(k_x, \Delta\tau, \omega) G(\omega - \omega_r) d\omega \quad (37)$$

avec

$$E_y(k_x, \Delta\tau, \omega) = E_y(k_x, 0, \omega) \exp(-ik_z \Delta z) = E_y(k_x, 0, \omega) \exp(-ik_z V_r \Delta\tau) \quad (38)$$

$G(\omega - \omega_r)$ est la même fonction de pondération comme dans l'équation (34), et $E_y(k_x, 0, \omega)$ représente la TF en 2D du champ d'onde observé $e_y(x, z=0, t)$ en $z = 0$. Par conséquent, en répétant la solution des équations (37) et (38) pour chaque pas en temps $\Delta\tau$, nous pouvons calculer le champ d'onde $E_y(k_x, \tau)$ migré avec le filtre inverse

Q. Une TF inverse de $E_y(k_x, \tau)$ par rapport à k_x nous donne le champ d'onde $e_y(x, \tau)$ imagé avec le filtre inverse Q. Néanmoins, comme il a été signalé par *Berkhout* (1981), cette méthode n'est pas stable pour les hautes fréquences et pour des angles de pente élevés. Donc, pour les hautes fréquences et des angles de pente élevés les données vont être considérablement sur-amplifiées par la multiplication avec la fonction exponentielle $e^{-ik_z \Delta z}$; ce qui peut donner des mauvaises images dans le cas des données bruitées.

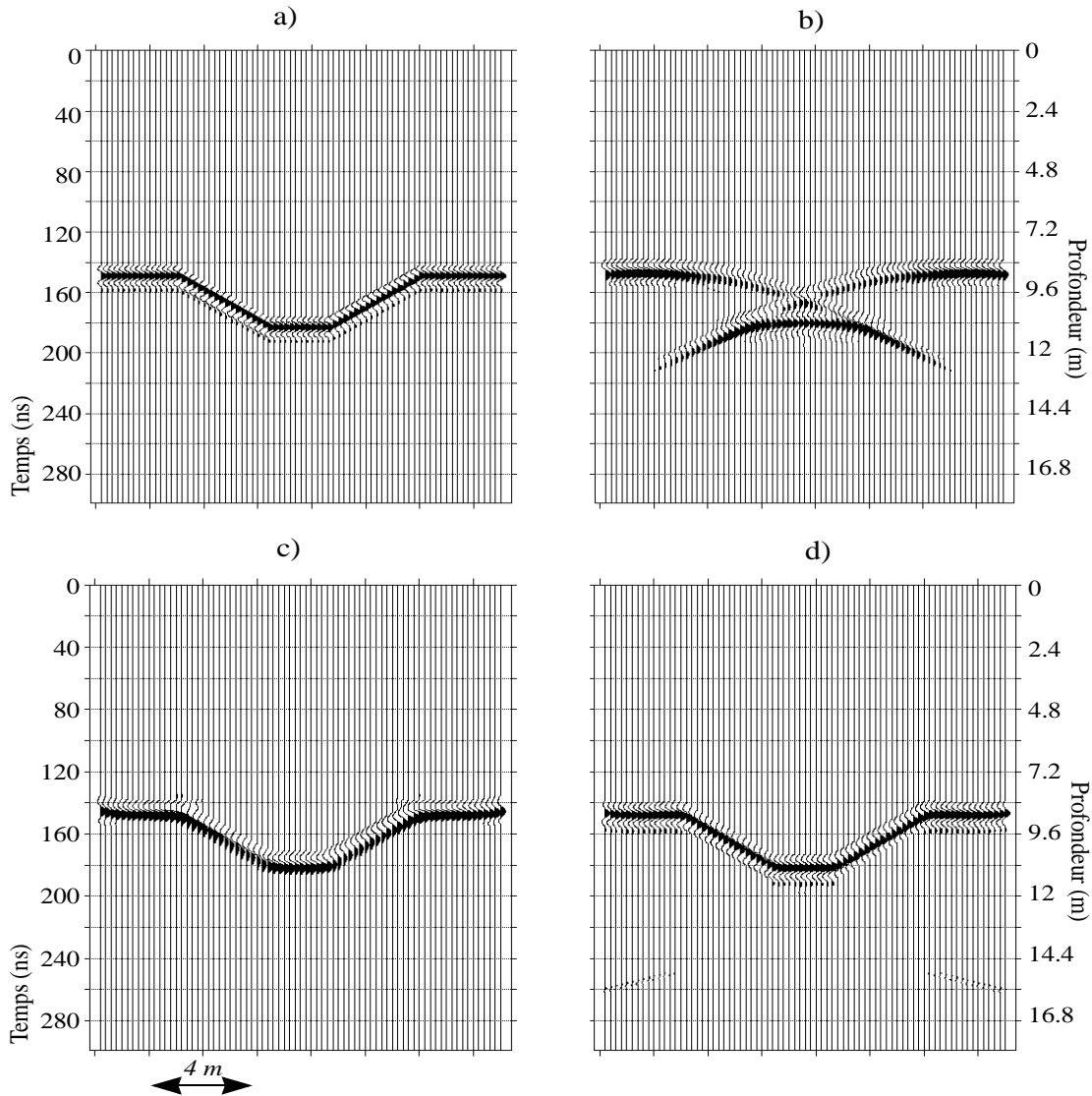


figure 7: a) Un modèle géologique (en temps) convolué avec une impulsion radar de fréquence 100 MHz. b) La modélisation de a) avec $Q=20$ et $V_r = 0.12$ m/ns. c) La migration par la méthode de Stolt de b) avec une vitesse constante de 0.12 m/ns. d) La migration avec le filtre inverse Q de b) avec $Q=20$ and $V_r = 0.12$ m/ns.

En pratique, une alternative pour éliminer cette instabilité est d'utiliser un filtre spatial passe-bas (voir *Berkhout*, 1981, p. 1649). Par conséquent, afin de rendre cette méthode stable nous utilisons un filtre spatial passe-bas dans lequel l'angle de pente varie de $\pi/2$ pour $z = 0$ à 0 pour $z = z_{\max}$ (*Levin*, 1984; *Claerbout*, 1985). L'absence de la fonction de pondération $G(\omega - \omega_r)$ et une valeur réelle du nombre d'onde ($k = \omega/V_r$)

dans les équations (37) et (38) conduisent exactement à la méthode de migration par phase-shift (Gazdag, 1978; Claerbout, 1985).

Un exemple numérique de la migration avec le filtre inverse Q est montré sur la figure Figure 7. La Figure 7a représente un modèle synthétique en temps convolué avec un signal radar de fréquence centrale de 100 MHz. La modélisation directe avec $Q = 20$ et $V_r = 0.12$ m/ns est montrée sur la Figure 7b. Cette figure représente un profil radar synthétique à zero-offset (monastique) supposé être obtenu avec un couple source-récepteur confondus (à la même position), se déplaçant sur la surface de la terre. La Figure 7c montre la migration des données 6b en utilisant une méthode classique (Stolt, 1978) avec une vitesse constante de 0.12 m/ns. La migration avec le filtre inverse-Q à une valeur de $Q = 20$ et $V_r = 0.12$ m/ns est montrée sur Figure 7d. A partir de cette figure on constate que la forme du signal est presque la même que celle du signal intact de la Figure 7a.

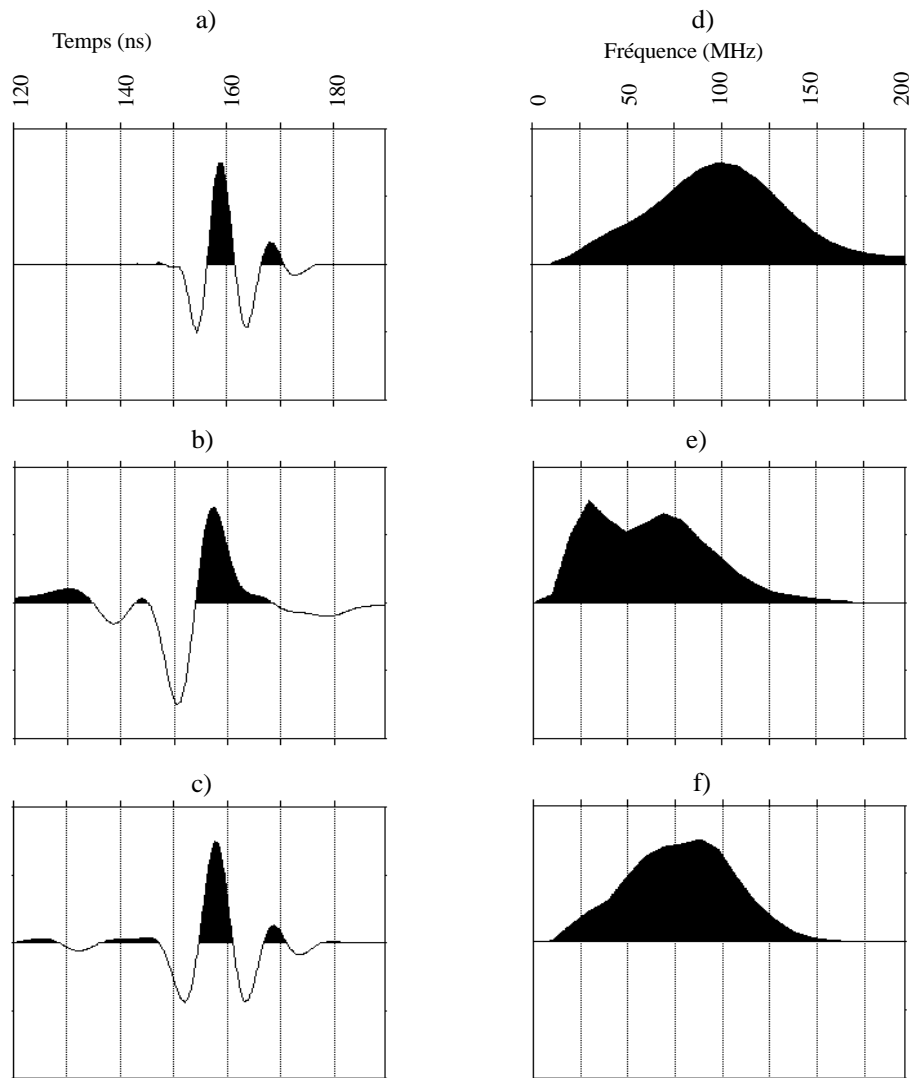


figure 8: a) Le signal radar intacte de la 20^{ème} trace de la Figure 7a avec une fréquence centrale de 100 MHz. b) Le signal radar de la 20^{ème} trace de la Figure 7c (après la migration de Stolt). c) Le signal radar de la 20^{ème} trace de la Figure 7d (après la migration avec le filtre inverse-Q). d), e) et f) représentent le spectre d'amplitude a), b) et c) respectivement.

La méthode de migration avec le filtre inverse-Q présentée ci-dessus tient compte non seulement d'un modèle à vitesse variable en profondeur (comme pour la migration classique par phase-shift) mais aussi d'un modèle horizontalement stratifié à Q variable en profondeur (modèle horizontalement homogène). Comme précédemment, la fréquence de référence ω_r est choisie au centre de la bande passante des données radar. Puisque la largeur de cette bande diminue lorsque le temps de parcours augmente, la fréquence de référence ω_r se déplace vers les basses fréquences.

La Figure 8 représente la comparaison entre le signal radar obtenu après l'application de migration de Stolt (8b) et la migration avec le filtre inverse-Q (8c) respectivement. Le signal radar intact de la 20^{ème} trace de la Figure 7a est montré sur la Figure 8a. Les spectres d'amplitude de chaque ondelette sont présentés respectivement sur les Figures 8d, 8e et 8f. L'amplitude de l'ondelette en 8b est normalisé par sa valeur maximale, et son spectre d'amplitude est calculé à partir de l'ondelette normalisée (Figure 8e). A partir de la Figure 8b il est clair qu'après la migration de Stolt, la forme du signal a été changée, et que le signal a été transformé en un signal à phase mixte dont la fréquence dominante est inférieure à 70 MHz (8e); ce qui implique un déplacement du spectre d'amplitude vers les basses fréquences. Après la migration avec le filtre inverse Q nous pouvons remarquer que la forme du signal (8c) est presque la même que celle du signal intact en (8a), mais sa bande fréquentielle est plus petite et la fréquence dominante est à 90 MHz (inférieure à 100 MHz). Un tel effet est dû à l'application de la fonction de pondération dont la largeur de la bande fréquentielle diminue en temps (filtre passe-bas variable en temps).

3 - Modélisation et suppression des diffractions aériennes des ondes radar

Un des problèmes pratiques majeurs que l'on rencontre, lors d'une acquisition radar avec des antennes non-blindées, est dû au fait qu'une partie importante de l'énergie émise se propage dans l'air. La propagation des ondes radar dans l'air se fait pratiquement sans atténuation intrinsèque ni dispersion. Lors de cette propagation, les ondes radar subissent seulement une atténuation géométrique et les réflexions (diffractions aériennes) provenant des objets conducteurs se trouvant en surface (les lignes et les poteaux électriques, clôtures métalliques) et les arbres sont très fortes et peuvent masquer les réflexions primaires (Sun et Young, 1995). Il est ainsi indispensable de reconnaître et de distinguer si les diffractions observées sur une section radar sont dues aux hétérogénéités de la subsurface ou aux objets se trouvant en surface, et de ne pas confondre ces dernières (les diffractions aériennes) avec les réflexions sub-horizontales dues à la structure géologique.

Nous présentons ici une méthode de modélisation et de suppression de telles diffractions (Bano et al., 1999a). La migration des données radar avec la vitesse du vide (0.3 m/ns) va focaliser les diffractions de surface en produisant de fortes amplitudes isolées. Les réflexions de la subsurface seront sur-migrées (non-focalisées) et le bruit aléatoire (considéré de distribution Gaussienne) sera dé-focalisé (Harlan et al., 1984). Après avoir appliqué un filtre en amplitude (un seuil) aux données migrées, les fortes amplitudes des hyperboles focalisées sont préservées. Ensuite le résultat est diffracté (modélisation directe) avec la même vitesse (la vitesse du vide) afin de produire les diffractions aériennes synthétiques. Finalement une comparaison des diffractions aériennes synthétiques avec les données réelles va supprimer les diffractions de surface des données originales.

3.A / Diffractions aériennes

La Figure 9 montre l'exemple d'une des images radar où les réflexions primaires s'entrecroisent avec les diffractions aériennes (voir les événements pentés sur la partie droite de la section et les hyperboles dont les sommets se trouvent entre 40 et 50 m). Ces données ont été obtenues sur des alluvions quaternaires (gravier et sable) en utilisant le système Pulse EKKO VI. Les antennes ne sont pas blindées et la fréquence centrale est de 100 MHz. La distance entre les antennes a été de 1 m et le déplacement du dispositif de 0,5 m. Le but de ces profils était d'imager par géoradar la géométrie des dépôts sédimentaires et d'identifier, sous un important couvert végétal, les failles susceptibles de les décaler (Bano et al., 1998a; Bano et al., 2000). Une égalisation dynamique (AGC) d'une fenêtre de 40 ns et un filtre passe-bande de 4/8-100/200 MHz ont été appliqués sur ces données; par ailleurs les corrections

dynamiques (NMO; Normal Move Out) à une vitesse constante de 0.1 m/ns ont aussi été appliquées. La conversion en profondeur sur la Figure 9 (et sur les autres qui suivent dans ce Chapitre) a été faite en utilisant une vitesse de 0.1 m/ns, ce qui est une valeur raisonnable pour la vitesse des ondes EM se propageant dans des alluvions quaternaires (gravier et sable).

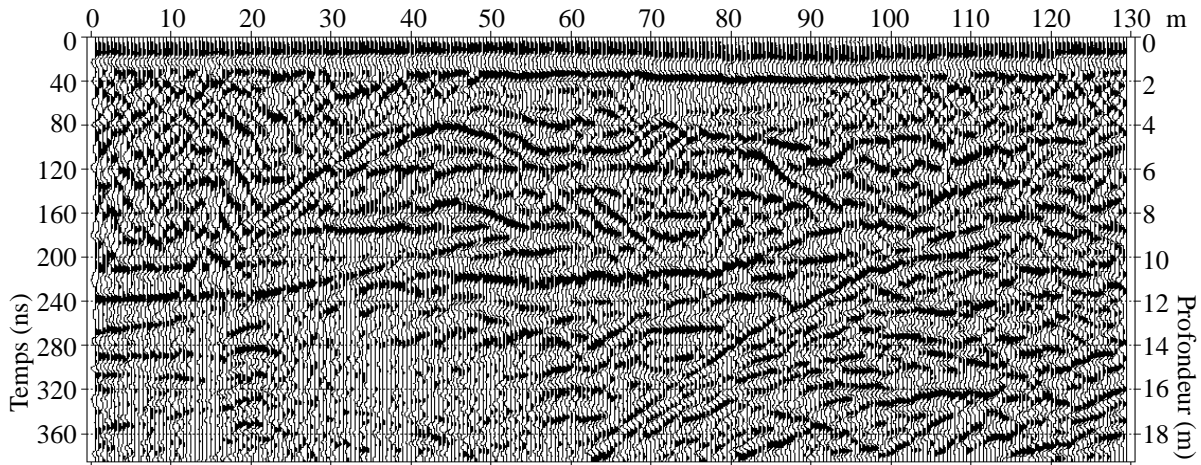


figure 9: Exemple d'une section radar où les réflexions primaires s'entrecroisent avec les diffractions aériennes. La conversion en profondeur a été faite en utilisant une vitesse de 0.1 m/ns.

Le temps de parcours t depuis l'antenne émettrice (T) au point diffractant (scatterer S) et retournant à l'antenne réceptrice (R) pour un point diffractant aux coordonnées (x_0, z_0) est donnée par (voir la Figure 10):

$$t(x) = t_T + t_R = \frac{\sqrt{z_0^2 + (x_0 - x + h)^2}}{V} + \frac{\sqrt{z_0^2 + (x_0 - x - h)^2}}{V} \quad (39)$$

où t_T est le temps depuis l'antenne émettrice (T) au point diffractant et t_R le temps depuis le scatterer à l'antenne réceptrice, x et h sont la coordonnée du point milieu et l'offset des antennes (demi distance entre les deux antennes) respectivement, et V est la vitesse des ondes électromagnétiques (EM). Les coordonnées du sommet (l'apex) de cette courbe de diffraction visible sur une section radar à offset constant sont x_0 et t_{min} , avec t_{min} donné par:

$$t_{min}^2 = \frac{4z_0^2}{V^2} + \frac{4h^2}{V^2} \quad \text{ou} \quad \frac{z_0^2}{V^2} = \frac{t_{min}^2}{4} - \frac{h^2}{V^2} \quad (40)$$

Remplaçons l'équation (40) dans l'équation (39), elle devient:

$$t(x) = t_T + t_R = \sqrt{\frac{t_{min}^2}{4} - \frac{h^2}{V^2} + \frac{(x_0 - x + h)^2}{V^2}} + \sqrt{\frac{t_{min}^2}{4} - \frac{h^2}{V^2} + \frac{(x_0 - x - h)^2}{V^2}} \quad (41)$$

Notons ici que pour des faibles offsets (dans notre cas $2h = 1$ m) et pour une vitesse élevée (la vitesse des ondes EM dans le vide est $V = 0.3$ m/ns) la courbe présentée par l'équation (41) est très proche d'une hyperbole de diffraction, et pour $h = 0$ cette courbe est exactement une hyperbole de diffraction avec $t_{min} = t_0 = 2z_0/V$ le temps vertical aller-retour à l'aplomb du point diffractant (Figure 10).

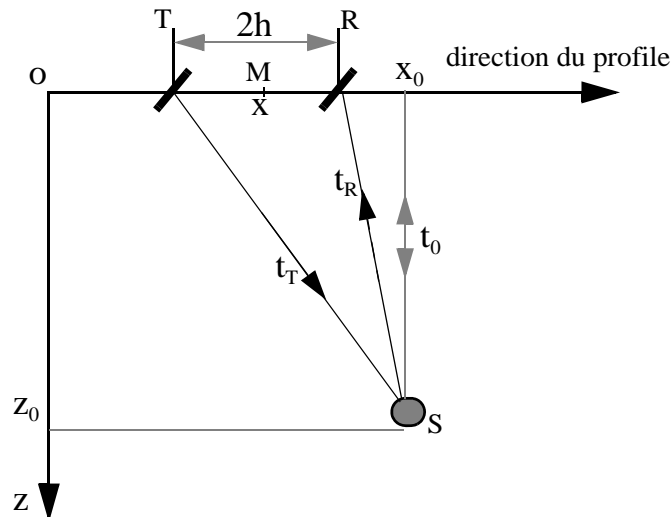


figure 10: Présentation Schématique du temps de parcours ($t = t_T + t_R$) de l'antenne émettrice (T) au point diffractant (scatter S) et puis jusqu'à l'antenne réceptrice (R). $M(x,0)$ est le point milieu h l'offset des antennes. $t_0 = 2z_0/V$ est le temps vertical aller-retour du point diffractant.

L'unique paramètre inconnu dans l'équation (41) est la vitesse V des ondes EM. Par conséquent, en fonction de la vitesse utilisée pour cette modélisation simple géométrique, on peut toujours reconnaître très facilement si les diffractions sont dues aux hétérogénéités de la subsurface (y compris les objets enfouis) ou dues aux objets situés en surface, et ne pas confondre ces dernières (les diffractions dues aux objets situés en surface) avec les réflexions sub-horizontales dues à la structure géologique.

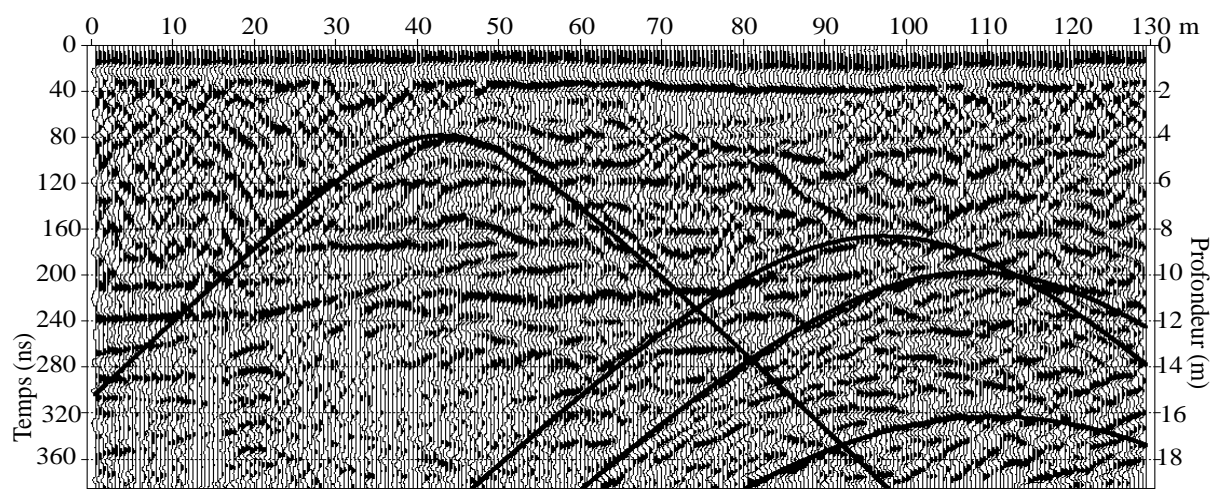


figure 11: Les mêmes données que sur la Figure 8 sauf que les diffractions aériennes (calculées à partir de l'équation 41) ont été superposées (trait noir); la vitesse utilisée pour cette modélisation géométrique est de $V = 0.29$ m/ns.

La Figure 11 représente les mêmes données que la Figure 9, sauf que la modélisation géométrique de certaines diffractions aériennes avec une vitesse de 0.29 m/ns est superposée aux données. Les diffractions aériennes montrées sur les Figures 9 et 11 sont produites par des arbres dispersés (hors la ligne du profil) dans la partie droite du profil et par des poteaux électriques localisés au milieu de la section (entre 40 et 50 horizontalement).

3.B / Facteurs produisant des diffractions aériennes

Si dans certains cas nous observons des diffractions aériennes dans les données radar, c'est parce que l'antenne émettrice rayonne une partie de son énergie dans l'air. Le diagramme de rayonnement de l'antenne dépend du contraste de la permittivité diélectrique relative ($\kappa = \epsilon/\epsilon_0$, avec ϵ_0 la permittivité du vide) entre l'air ($\kappa_a = 1.0$) et le sol. La règle générale pour un petit dipôle électrique élémentaire horizontal situé entre deux diélectriques du demi-espace (air/milieu absorbant ou peu absorbant) est qu'il va rayonner d'une façon préférentielle vers le milieu qui a la permittivité la plus forte (Engheta et Papas 1982; Smith 1984; Arcone 1995). Donc plus le contraste de la permittivité entre l'air et le sol sera grand, et plus l'énergie sera rayonnée vers le sol, et inversement plus ce contraste sera faible et plus l'énergie sera rayonnée vers le haut (l'air). Dans la gamme des fréquences radar, l'eau a une permittivité relative à peu près de 81, pendant que les roches sèches qui constituent la plupart des sols ont une valeur de κ typiquement dans l'intervalle de 3 à 6. Ainsi la valeur de κ pour les sols va fortement dépendre de la teneur en eau et se trouve dans l'intervalle de 6 à 30. Le tableau 1 (modifiée de McCann *et al.* 1988 et Beres & Haeni 1991) montre une liste des valeurs approximatives de la constante diélectrique à la fréquence de 100 MHz pour une gamme de matériaux géologiques. La vitesse de propagation des ondes EM (calculée par: $V = c/\kappa^{1/2}$ avec $c = 0.3$ m/ns, la vitesse des ondes EM dans le vide) est aussi montrée dans ce tableau.

Donc un dipôle électrique situé sur un matériau sec (surface sèche, le contraste avec l'air sera faible) va rayonner une partie d'énergie dans l'air (vers le haut). Toutefois, une antenne radar a une longueur finie et peut être considérée comme une superposition des dipôles électriques élémentaires; les antennes de 100 MHz et 50 MHz, par exemple, ont une longueur de 1 et 2 m respectivement. Par conséquent le diagramme de rayonnement d'une antenne radar est plus compliqué que celui d'un dipôle électrique, et quelque soit le contraste diélectrique entre l'air et le sol, l'énergie rayonnée dans l'air par une antenne sera probablement plus forte que celle rayonnée par un dipôle électrique élémentaire.

De plus, quelque soit le contraste diélectrique entre l'air et le sol, plus longue est l'antenne et plus élevée sera l'énergie rayonnée dans l'air. La Figure 12, illustrant l'effet de la longueur de l'antenne, montre le même profil radar obtenu en utilisant deux antennes différentes de fréquence 100 et 50 MHz respectivement. Le profil à 100 MHz

ne montre pas des diffractions dues aux objets de surface, tandis que le profil à 50 MHz montre certaines d'entre elles dues aux grands arbres situés à droite du profil (hors la ligne du profil) et un petit arbre au milieu du profil (hors la ligne du profil).

Tableau 1 : Constante diélectrique et Vitesse des ondes EM de certains matériaux géologiques

Matériaux	Constante diélectrique relative (κ)	Vitesse des ondes EM (m/ns)
air ou vide	1	0.3
eau douce	81	0.033
eau de mer	81	0.033
glace	3-4	0.15-0.17
Sables (secs)	3-6	0.12-0.17
Sables (humides)	25-30	0.05-0.06
Grès (humide)	6	0.12
Calcaire (sec)	4	0.15
Calcaire (humide)	8	0.11
Granite (sec)	5	0.13
Granite (humide)	7	0.11
Basalte (humide)	8	0.11
Argile (saturé)	8-25	0.06-0.11
Sel (sec)	5-6	0.12-0.13

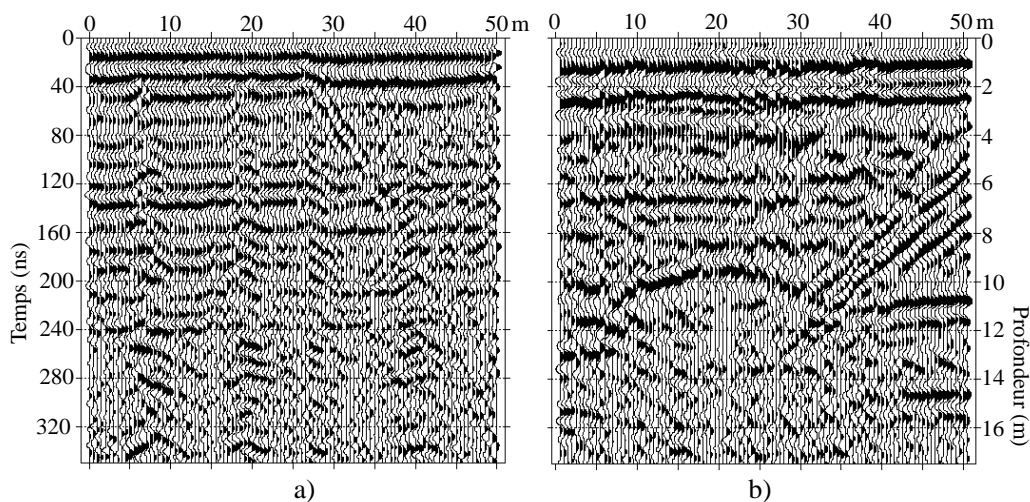


figure 12: a) Données radar obtenues avec l'antenne de 100 MHz. b) obtenues avec l'antenne de 50 MHz. Noter les diffractions aériennes à droite (les événements pentés) et au milieu (l'événement hyperbolique) de cette Figure.

Un autre facteur produisant des diffractions aériennes est la rugosité de la surface du sol. La hauteur entre l'antenne et le sol doit être inférieure à la dixième de la longueur d'onde, sinon le diagramme de rayonnement va changer (dû à la présence d'air entre l'antenne et la surface du sol) et plus d'énergie va être rayonnée dans l'air

(Smith, 1984). La probabilité pour que la surface du sol soit localement rugueuse est plus forte pour une longue antenne que pour une courte. Pour le profil de la Figure 12a la surface du sol est essentiellement plate dans le cas de l'antenne à 100 MHz, tandis qu'elle (la surface) est rugueuse pour l'antenne à 50 MHz, favorisant dans ce cas la naissances des hyperboles de diffractions aériennes présentes sur la Figure 12b.

3.C / Modélisation des diffractions aériennes

Puisque la propagation des ondes radar dans l'air se fait sans atténuation ni dispersion, la modélisation des diffractions aériennes est relativement simple. Nous utilisons ici l'équation d'Helmholtz (35) qui dans le cas d'un milieu homogène non-atténuant et non-dispersif s'écrit:

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} = -k^2 E_y(x, z, \omega) = -\frac{\omega^2}{V^2} E_y(x, z, \omega) \quad (42)$$

où ω est la fréquence angulaire, $E_y(x, z, \omega)$ présente la (TF) par rapport au temps du champ électrique $e(x, z, t)$ polarisé selon la direction y , k est le nombre d'onde (réel), et V est la vitesse (constante) des ondes radar dans l'air (0.3 m/ns). Une TF de l'équation (42) par rapport à x (direction du profil) nous donne alors:

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = (k_x^2 - k^2) E_y(k_x, z, \omega) = -k_z^2 E_y(k_x, z, \omega) \quad (43)$$

avec $k_z = (k^2 - k_x^2)^{1/2} = (\omega^2/V^2 - k_x^2)^{1/2}$, le nombre d'onde dans la direction z . L'équation (43) a été utilisée afin de modéliser les hyperboles de diffraction. Cependant, en connaissant la TF à 2D $E_y^{real}(k_x, 0, \omega)$ du champ électrique $e_y^{real}(x, 0, t)$ observé en $z = 0$ on peut facilement calculer (comme il est montré dans le chapitre précédent) le champ électrique $e_y(x, \Delta t, t = 0)$ pour une profondeur quelconque Δz (ou temps de parcours $\Delta t = 2\Delta z/V$) en utilisant des techniques d'imagerie (migration) similaires à celles utilisées en sismique comme les méthodes de Stolt (1978) ou phase-shift (Gazdag, 1978). Par la suite nous allons utiliser la méthode de phase-shift à la fois pour la modélisation directe (diffraction) et inverse (migration) dans le cas d'un milieu homogène (vitesse constante).

La migration des données radar (contaminées par des diffractions aériennes) avec la vitesse du vide (nous utilisons ici une vitesse de 0.29 m/ns pour la migration de la Figure 9) va focaliser les diffractions aériennes en produisant ainsi de fortes amplitudes isolées sur la section migrée. Cependant, les réflexions provenant des structures géologiques du sous-sol vont être sur-migrées (non-focalisées) puisque la vitesse utilisée ($V = 0.29$ m/ns) est sur-élevée comparée à la vitesse des ondes EM dans le sous-sol (V entre 0.09 et 0.17 m/ns). Le bruit aléatoire, considéré de

distribution Gaussienne, va être dé-focalisé et sa distribution va devenir de plus en plus une Gaussienne (Harlan *et al.*, 1984).

Soit $e_y^{mig}(x, \tau) = e_y^{mig}(n\Delta x, k\Delta\tau)$ la section radar après la migration, avec Δx et $\Delta\tau$ le pas d'échantillonnage en x (0.5 m) et en temps (0.8 ns) respectivement. Nous calculons l'écart type σ de la section migrée comme suit:

$$\sigma^2 = \frac{1}{(N_x N_\tau)} \sum_{n=1}^{N_x} \sum_{k=1}^{N_\tau} [e_y^{mig}(n\Delta x, k\Delta\tau) - M]^2 \quad (44)$$

où M est la valeur moyenne donnée par:

$$M = \frac{1}{(N_x N_\tau)} \sum_{n=1}^{N_x} \sum_{k=1}^{N_\tau} e_y^{mig}(n\Delta x, k\Delta\tau) \quad (45)$$

avec N_x et N_τ étant le nombre de traces et le nombre des échantillons en temps respectivement de la section migrée. Un filtre en amplitude (seuil) est appliqué aux données migrées afin que seul les plus fortes amplitudes (les diffractions aériennes focalisées) soient préservées sur la section. Après avoir effectué plusieurs test sur le seuil, sa valeur a été choisie empiriquement de 4σ . La section radar filtrée en amplitude $e_y^{seuil}(x, \tau)$ est alors donnée par:

$$e_y^{seuil}(x, \tau) = \begin{cases} e_y^{mig}(x, \tau) & \text{si } |e_y^{mig}(x, \tau)| > 4\sigma \\ 0 & \text{si non} \end{cases} \quad (46)$$

Afin d'éliminer les valeurs aberrantes isolées de la section radar $e_y^{seuil}(x, \tau)$, nous appliquons à ces données un filtre médian sur une fenêtre glissante. La section radar filtrée $e_y^{seuil}(x, \tau)$, qui contient maintenant la position des points diffractants est normalisée trace par trace par l'amplitude maximale de chaque trace. Ce résultat est alors diffracté (modélisation directe ou migration inverse) avec la vitesse de l'air afin de produire les diffractions synthétiques de surface $e_y^{synth}(x, t)$. La modélisation directe des diffractions en utilisant la méthode de phase-shift à une vitesse de 0.29 m/ns est montrée sur la Figure 13a; un filtre passe-bande de 4/8-100/200 MHz a aussi été appliqué sur ces données. La Figure 13b représente la superposition des diffractions aériennes (en noir) sur les amplitudes positives des données réelles (en rouge). Sur cette figure nous remarquons une très bonne ressemblance des temps d'arrivée entre les hyperboles modélisées est celles observées. Ces hyperboles proviennent d'objets (arbres, lignes électriques, poteaux électriques) se trouvant en surface, au voisinage du profil.

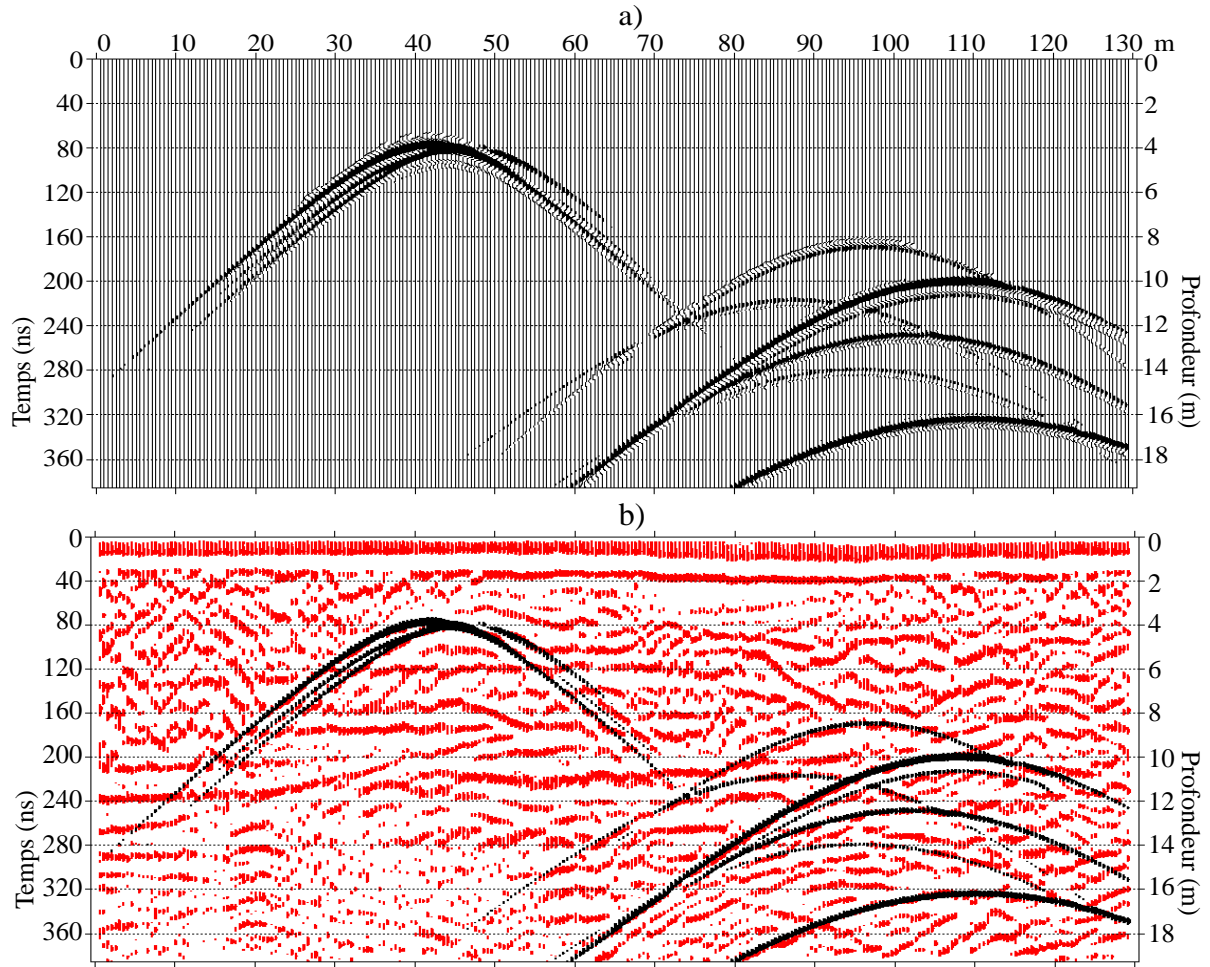


figure 13: a) Modélisation des diffractions aériennes en utilisant la technique décrite dans le texte. b) En rouge (ou gris): Les amplitudes positives des données réelles. En noir: Les amplitudes positives des diffractions aériennes modélisées en utilisant une vitesse de 0.29 m/ns (Bano et al., 1999a).

3.D / Suppression des diffractions aériennes

Une fois que la modélisation des diffractions aériennes a été accomplie, on peut penser que la suppression des diffractions de surface peut être effectuée par une simple soustraction arithmétique entre les données réelles (Figure 9) et les diffractions synthétiques (Figure 13a). Mais les amplitudes et la forme du signal des données synthétiques (Figure 13a) sont différentes de celles des données réelles (Figure 9), donc une simple soustraction ne donnera pas de bon résultat. Néanmoins, nous pouvons utiliser les diffractions synthétiques comme un masque afin de les éliminer des données réelles. Nous comparons les diffractions synthétiques aux données réelles. Cette comparaison est accomplie en utilisant le produit entre les deux jeux de données (données réelles $e_y^{real}(x, t)$ et synthétiques $e_y^{synth}(x, t)$) comme suit:

$$e_y^{filt}(x, t) = \begin{cases} e_y^{real} / (facteur) & \text{si } e_y^{real}(x, t)e_y^{synth}(x, t) > 0 \\ e_y^{real}(x, t) & \text{si non} \end{cases} \quad (47)$$

où $e_y^{filt}(x, t)$ est maintenant la section radar nettoyée des diffractions aériennes, et *facteur* est un facteur d'amplitude déterminé par l'utilisateur (nous utilisons la valeur maximale de $e_y^{real}(x, t)$). Le résultat de cette comparaison (entre la Figure 9 et la Figure 13a) est représentée sur la Figure 14, où en rouge sont montrées les diffractions aériennes éliminées des données réelles, et en noir les amplitudes positives de $e_y^{filt}(x, t)$ nettoyées des diffractions dues aux objets en surface.

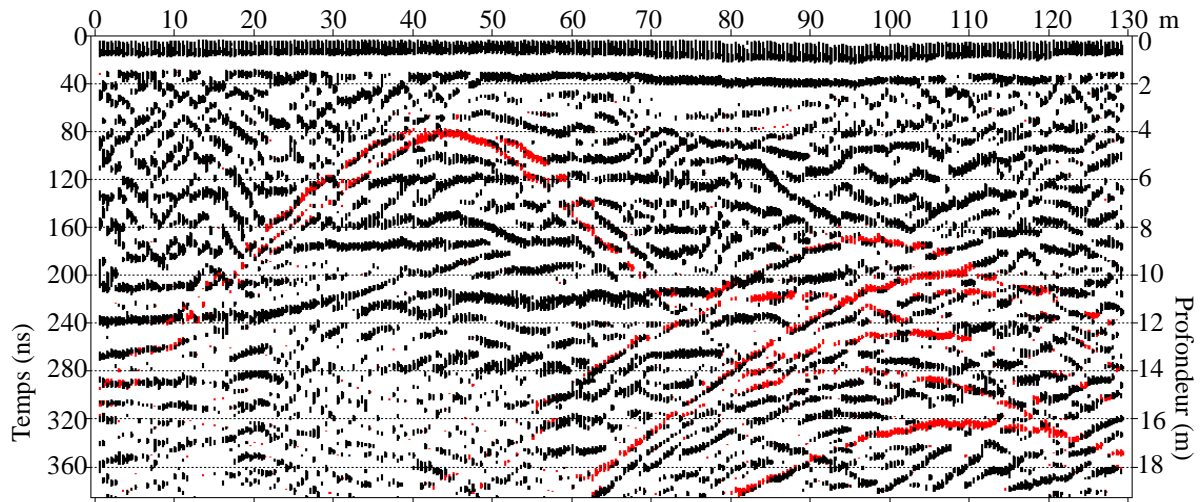


figure 14: En noir sont montrées les amplitudes positives de la comparaison («différence») entre les Figures 9 et 13a, et en rouge les amplitudes positives des diffractions de surface éliminées.

4 - Modélisation des réflexions radar et estimation de la teneur en eau dans le cas des dunes éoliennes

Plusieurs études de cas récentes ont montré que la méthode radar est une méthode géophysique efficace afin d'imager les structures internes des dunes éoliennes (Bristow et al. 1996; Bano et al. 1999b). Dans ces études, le changement de la teneur en eau a été considéré comme la cause principale des réflexions observées à l'intérieur des dunes actuelles. Greaves et al. (1996) ont montré que la vitesse d'intervalle des données radar (calculée à partir des corrections dynamiques des données radar multi-traces) peut être utilisée afin d'estimer la teneur en eau d'un milieu peu absorbant. Une autre étude sur l'estimation de la teneur en eau et de la salinité dans des milieux sableux a également été très récemment publiée par Hagrey et Muller (2000).

En général la permittivité diélectrique relative des sols sableux humides augmente lorsque la teneur en eau de l'échantillon augmente. Dans cette étude nous essayons de modéliser les réflexions radar, provenant de la base d'une dune éolienne, en combinant la modélisation de l'ondelette (en 1D) avec une relation semi-empirique entre la constante diélectrique des sols sableux et la fraction volumique d'eau (teneur en eau) dans l'échantillon. La fraction volumique d'eau est le rapport du volume d'eau sur le volume total de l'échantillon. Le principe de la modélisation de l'ondelette consiste à calculer les effets de la propagation (absorption, dispersion et divergence sphérique) et de la réflexion sur une ondelette de référence pour des valeurs différentes de l'ensemble des paramètres qui déterminent le modèle, et la meilleure ressemblance entre les données observées et calculées donne l'ensemble des paramètres optimum.

4.A / Modélisation de l'ondelette radar en réflexion

Comme dans le cas de la modélisation (1D) en transmission, nous pouvons aussi modéliser l'ondelette radar en réflexion. Supposons un milieu à une couche homogène et absorbant. Soit $E_0(\omega)$ le spectre complexe de la source électrique $e_0(t)$ des données radar en $z = 0$, alors le spectre complexe de l'ondelette se propageant à l'incidence normale dans un milieu homogène et absorbant est réfléchi à une interface située en $z = z_1$ est donné par:

$$E(\omega, z_1) = G(z_1)f(\theta)R(\omega)E_0(\omega)\exp[ik(\omega)2z_1] \quad (48)$$

avec $G(z_1)$ la divergence sphérique, $f(\theta)$ est le diagramme de rayonnement de l'antenne et $R(\omega)$ est le coefficient de réflexion en $z = z_1$. Le terme $f(\theta)$ à l'incidence verticale est constant ($\theta = 0$), et il sera négligé dans l'analyse qui suit. Nous utilisons

dans l'équation (48) le même nombre d'onde complexe k obtenu pour un modèle diélectrique à Q constant (équation 17, voir le premier chapitre):

$$k = \frac{\omega}{V_r} \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right)^{\frac{n-1}{2}} \left\{ 1 + i \tan \left[\frac{\pi}{4} (1-n) \right] \right\} = \beta(\omega) + i\alpha(\omega) \quad (49)$$

avec

$$V(\omega) = V_r \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right)^{\frac{1-n}{2}} \quad \text{et} \quad n = \frac{2}{\pi} \text{atan}(Q) \quad (50)$$

où $V(\omega)$ est la vitesse de phase des ondes EM radar avec V_r la vitesse de phase pour la fréquence de référence arbitraire ω_r , et Q est le facteur de qualité. Ici $0 < n < 1$, avec $n = 1$ correspondant au cas de la propagation sans absorption ni dispersion ($Q = \infty$, soit k réel). En remplaçant l'équation (49) dans l'équation (48) et en changeant la profondeur z_1 en temps de propagation par $T = 2z_1/V_r$ (temps double de parcours pour la fréquence ω_r qui peut être lu à partir des données), on obtient:

$$E(\omega, T) = G(T)R(\omega)E_0(\omega)\exp[-\alpha(\omega)V_r T]\exp[i\beta(\omega)V_r T] \quad (51)$$

La première exponentielle dans l'équation (51) correspond à un facteur d'amplitude ou le terme de l'atténuation, et la seconde correspond à un terme de propagation dans lequel la variation de la vitesse avec la fréquence introduit la dispersion.

4.B / Constante diélectrique des sols sableux humides

La permittivité diélectrique relative (κ_s) du sable sec se trouve dans l'intervalle de 3 à 5 (Davis & Annan, 1989; Beres & Haeni, 1991; Daniels, 1996). Lorsque deux matériaux sont mélangés, la permittivité relative volumique (ou la constante diélectrique effective κ) se trouve entre les constantes diélectrique des composantes à peu près en proportion avec leurs fraction volumique (Guéguen et Palciauskas, 1992). Puisque la constante diélectrique de l'eau est de $\kappa_e = 81$, sa présence dans les sols sableux implique une constante diélectrique effective élevée qui se situe entre 6 à 30. Plusieurs formules de mélange ont été proposées pour la permittivité relative volumique des sols humides dans la littérature (ex. Wang & Schmugge, 1980; Sen *et al.*, 1981; Norris *et al.*, 1985; Sihvola, 1989; Sareni *et al.*, 1997; Kärkkäinen *et al.*, 2000). Nous considérons ici la formule qui relie la constante diélectrique d'un échantillon avec la fraction volumique de la teneur en eau $\theta_e = \text{volume de l'eau}/\text{volume total de l'échantillon}$ (Birchak *et al.*, 1974):

$$\sqrt{\kappa} = (1 - \theta_e) \sqrt{\kappa_s} + \theta_e \sqrt{\kappa_e} \quad (52)$$

Ici κ_s et κ_e sont respectivement la permittivité relative de la matrice (dans notre cas le sable) et de l'eau dans les pores. Cette loi de mélange semi-empirique et aussi connue sous le nom de «Méthode de l'indice de réfraction complexe» (en anglais: complex refractive method CRIM) et sa dérivation suppose un modèle aux couches planes parallèles d'épaisseur beaucoup plus grand que la longueur d'onde. L'équation de CRIM représente une équation de moyenne temporelle analogue à l'équation de Wyllie (utilisée afin de prédire la vitesse acoustique dans le cas d'un milieu poreux) parce que la vitesse des ondes EM est inversement proportionnelle à $\sqrt{\kappa}$ (Guéguen & Palciauskas, 1992; Mavko *et al.*, 1998). Puisque κ_e et κ_s peuvent être considérés comme des paramètres connus, l'équation de CRIM peut être utilisée afin d'estimer la teneur en eau de l'échantillon à partir de la valeur mesurée de la constante diélectrique de l'échantillon.

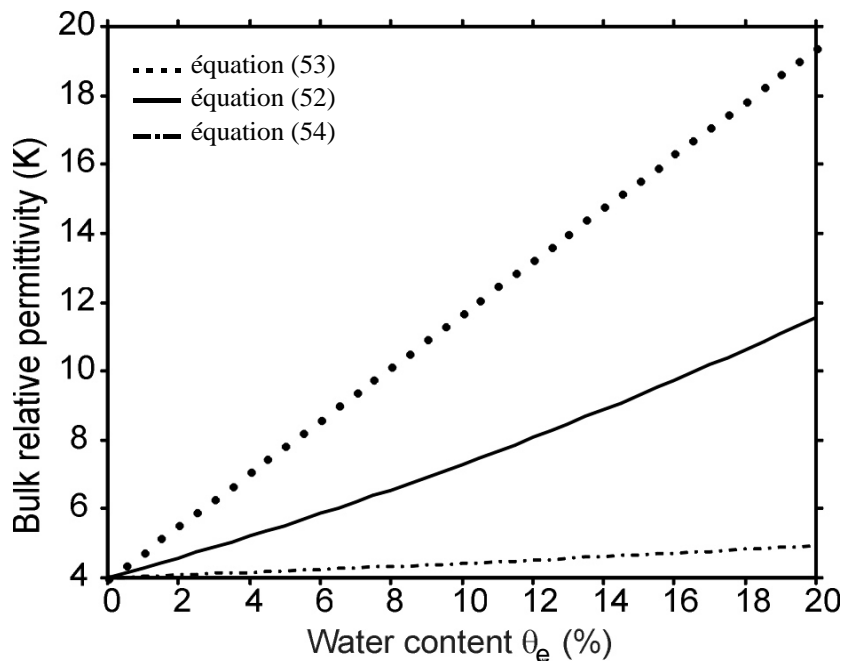


figure 15: La constante diélectrique effective (κ) en fonction de la teneur en eau θ_e ($\kappa_s = 4$ et $\kappa_e = 81$) comme elle est prédite par les formules de mélange à deux constituants (49), (48) et (50) respectivement.

Différentes relations analytiques exprimant κ en fonction des paramètres constituants du milieu prédisent différentes constantes diélectriques effectives pour un mélange donné. Néanmoins dans le cas où nous ne spécifions que la fraction volumique et les constantes diélectriques des constituants (comme c'est le cas de l'équation 52), sans prendre en compte les détails géométriques comment les différentes phases sont mélangées les unes par rapport aux autres, nous devons spécifier aussi les limites supérieure et inférieure de l'éventail de la prédiction. Brown (1956) a montré, par exemple, que dans un modèle aux deux couches parallèles successives, la valeur de la constante diélectrique effective dépend de l'orientation du champs électrique, étant plus petite lorsque le champs électrique est perpendiculaire aux couches que lorsqu'il est parallèle. Pour un champ électrique parallèle aux couches le modèle de Brown donne:

$$\kappa_{\parallel} = (1 - \theta_e)\kappa_s + \theta_e\kappa_e \quad (53)$$

Lorsque le champ électrique est perpendiculaire aux couches, l'inverse de κ est égal à la somme des inverses de κ_s et κ_e multipliée par leur fraction volumique respective, d'où:

$$\kappa_{\perp} = \frac{\kappa_s\kappa_e}{\theta_e\kappa_s + (1 - \theta_e)\kappa_e} \quad (54)$$

La valeur de κ calculée à partir de l'équation (52) est plus petite que celle donnée par l'équation (53), mais pas aussi petite que celle donnée par l'équation (54). Ce résultat est montré sur la Figure 15 pour $\kappa_s = 4$ et $\kappa_e = 81$.

4.C / Coefficient de réflexion

Le coefficient de réflexion des ondes radar est relié au contraste diélectrique (négligeant le contraste de la perméabilité magnétique μ) entre deux milieux. Pour l'incidence normale sur une surface séparant deux demi-espaces diélectriques homogènes à des constantes diélectriques κ_1 et κ_2 , le coefficient de réflexion (R) est donné par l'équation de Fresnel (Stratton, 1941):

$$R = \frac{\sqrt{\kappa_1} - \sqrt{\kappa_2}}{\sqrt{\kappa_1} + \sqrt{\kappa_2}} \quad (55)$$

En prenant $\kappa_1 = \kappa_s = 4$ (sable sec) et en calculant κ_2 à partir de (52) pour $\theta_e = 0.05$ ($\kappa_2 = 5.5$), on peut trouver une valeur négative de 0.08 pour le coefficient de réflexion. Un ajout d'une quantité d'eau de 3% dans le sable humide ($\theta_e = 0.08$, $\kappa_2 = 6.55$) pourrait augmenter la valeur absolue du coefficient de réflexion de 0.08 à 0.123, soit une augmentation de plus de 50%. Ceci met en évidence la sensibilité du coefficient de réflexion due aux faibles changements de la teneur en eau dans le sable.

La substitution de la loi de puissance (en fréquence) pour la constante diélectrique (voir équation 11, premier chapitre) dans l'équation (55) nous donne une quantité complexe pour le coefficient de réflexion qui dépend de la fréquence:

$$R(\omega) = \frac{\sqrt{\kappa_1^0} \left(-i \frac{\omega}{\omega_r}\right)^{\frac{n_1-1}{2}} - \sqrt{\kappa_2^0} \left(-i \frac{\omega}{\omega_r}\right)^{\frac{n_2-1}{2}}}{\sqrt{\kappa_1^0} \left(-i \frac{\omega}{\omega_r}\right)^{\frac{n_1-1}{2}} + \sqrt{\kappa_2^0} \left(-i \frac{\omega}{\omega_r}\right)^{\frac{n_2-1}{2}}} \quad (56)$$

avec κ_1^0 et κ_2^0 les constantes diélectrique pour une couche non-absorbante (ç.à.d. $n_1 = n_2 = 1$ ou $Q_1 = Q_2 = \infty$). Le cas où le facteur de qualité de deux milieux est le même ($n_1 = n_2$) correspond à un coefficient de réflexion donné par (55) qui est réel et indépendant de la fréquence.

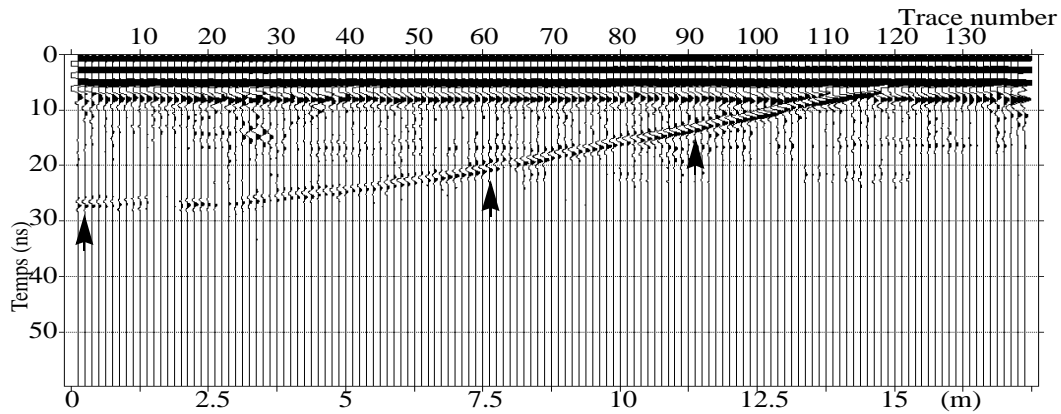


figure 16: Données radar acquises sur une dune éolienne en utilisant le système radar Pulse EKKO 1000 avec les antennes de 450 MHz. La réflexion indiquée par trois flèches présente la base de la dune qui en effet est plate (ici les corrections topographiques ne sont pas appliquées).

4.D / Choix de la source

Les données radar présentées sur la Figure 16 ont été acquises sur une dune de sable sec dans le désert du Tchad en utilisant le système radar de Pulse EKKO 1000 équipé des antennes blindées de 450 MHz. Le mode d'acquisition a été en offset constant de 0.25 m et le déplacement du dispositif (des antennes) était au pas constant de 0.125 m. Afin de préserver les vraies amplitudes, aucun traitement n'est appliqué aux données sauf un gain constant à la présentation des données.

Les premiers événements (voir les premières arrivées sur la Figure 16) correspondent aux ondes directes aériennes suivies par les ondes directe du sou-sol. Ceci est dû au fait que la vitesse des ondes EM dans l'air (vitesse de la lumière = 0.3 m/ns) est beaucoup plus grande que celle des autres matériaux. Ainsi, les ondes se propageant directement dans l'air entre les deux antennes sont les premières à arriver. La réflexion indiquée par trois flèches sur la Figure 16 représente la base de la dune qui en effet est plate (ici les corrections topographiques ne sont pas appliquées) et se compose de galets (cailloux de diamètre supérieure à 2.0 mm). Cette réflexion définit le contact entre le sable éolien se trouvant près de la surface et les dépôts plus profonds fluviaux qui constituent une couche gréseuse consolidée composée de grains de sable de taille fine et de taille moyenne.

Un des problème majeur pendant la modélisation de l'ondelette radar est le choix de la source de référence qui, en général, n'est pas connue. Dans cette étude l'ondelette source ($e_0(t)$) utilisée afin de modéliser la base de la dune est obtenue en moyennant les premières arrivées de la Figure 16, et elle est présentée avec son spectre d'amplitude sur la Figure (17). La fréquence dominante de cette ondelette est légèrement inférieure à la fréquence dominante (450 MHz) du système d'acquisition

utilisé. Afin d'augmenter la fréquence dominante, une seconde ondelette obtenue par la multiplication (pondération) de la première par une fonction Gaussienne a aussi été utilisée.

$$e_0^w(t) = e_0(t)W(t) = e_0(t)\exp\left[-\frac{(t-T_d^h)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (57)$$

avec

$$T_d^h = \frac{T_d}{2}, \quad \text{et} \quad \sigma = \frac{T_d}{4} \quad (58)$$

où T_d est la durée en temps de l'ondelette. L'ondelette pondérée par la Gaussienne et son spectre sont aussi présentés sur la Figure 17.

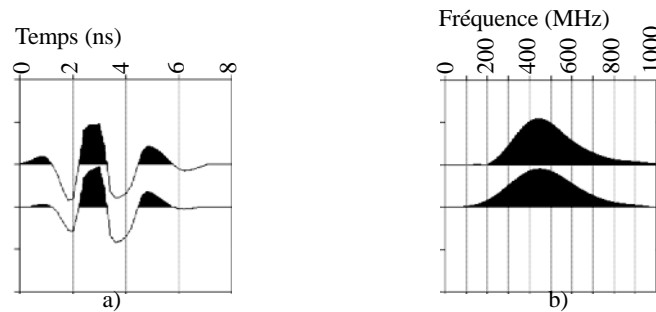


figure 17: a) Ondelette moyenne radar (haut) et ondelette pondérée par une Gaussienne (bas). b) Les spectres d'amplitude de l'ondelette moyenne et pondérée.

4.E / Estimation de la teneur en eau

Le spectre de l'ondelette réfléchi sur la base de la dune est calculé à partir de l'équation (51), avec le coefficient de réflexion donné par (56) et nous considérons que le terme de la divergence sphérique $G(T)$ au temps de parcours T est donné par:

$$G(T) = \frac{1}{V_0 T} \quad \text{avec} \quad V_0 = \frac{c}{\sqrt{\kappa_1^0}} \quad (59)$$

où c est la vitesse des ondes EM dans le vide ($c = 0.3$ m/ns). L'ondelette théorique en temps (calculée pour une gamme de paramètres), obtenue par la TF inverse du spectre complexe, est alors comparée à l'ondelette observée (voir la Figure 19). Cette comparaison est accomplie en calculant l'erreur entre les deux ondelettes et le minimum de cette erreur nous donne la meilleure ressemblance et conduit à la série des paramètres optimaux du modèle. La fonction erreur est choisie comme suit:

$$S(T_i, n_1^i, n_2^i, \theta_e^i) = \frac{\sum_j [e(j, T_i, n_1^i, n_2^i, \theta_e^i) - e_{obs}(j)]^2}{\sum_j e_{obs}^2(j)} \quad (60)$$

La sommation (sur l'indice j) en temps dans l'équation (58) est effectuée sur la longueur de l'ondelette; $e(j, T_i, n_1^i, n_2^i, \theta_e^i)$ est la valeur théorique de l'ondelette à l'échantillon j en temps pour l'ensemble des paramètres $(T_i, n_1^i, n_2^i, \theta_e^i)$, et $e_{\text{obs}}(j)$ est la valeur de l'ondelette réfléchie observée à l'échantillon j en temps.

Bien que le temps de parcours T peut être lu directement à partir des données de la Figure 16, il est cependant nécessaire de l'ajuster en comparant l'ondelette théorique et réelle dans une intervalle de temps raisonnable. Ceci peut être fait en faisant varier simultanément le temps de parcours T et le facteur de qualité Q_1 de la première couche. Comme le montre la Figure 18 le minimum d'erreur entre deux ondelettes est pour une valeur de $T = 24.7$ ns et $Q_1 = 150$, cependant cette erreur ne varie pas lorsque Q_1 augmente et nous prenons $Q_1 = \infty$ ($n_1 = 1$, i.e. couche non-absorbante, dans notre cas le sable très sec). Par conséquent dans le cas du sable sec, parmi les effets de la propagation (absorption, dispersion et divergence sphérique) le plus important est la divergence sphérique donnée par (59). Ainsi en prenant $Q_1 = \infty$ ou $n_1 = 1$ dans l'équation (56) et en faisant varier le facteur de qualité Q_2 de la deuxième couche nous remarquons que le coefficient de réflexion est presque indépendant de Q_2 pour des valeurs de Q_2 supérieure à 25 (voir aussi Sirgue, 1997). En conséquence de quoi nous avons décidé de prendre cette valeur égale à 500, c'est le cas d'une couche très peu absorbante dans un milieu désertique. Après avoir fixé ces paramètres (T , Q_1 et Q_2) et en prenant $\kappa_s = \kappa_1^0 = 4$ (sable sec), le seul paramètre sensible dans l'équation (56) est la constante diélectrique κ_2^0 de la seconde couche gréseuse qui est calculé en utilisant la formule de mélange (52) pour $\kappa_e = 81$.

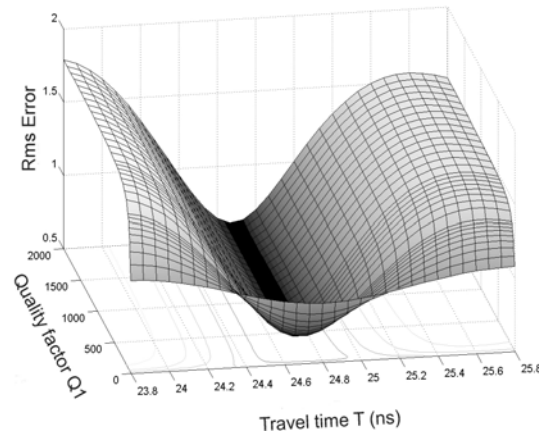


figure 18: Erreur RMS calculée (voir équation 60) entre les ondelettes observée et modélisée (voir aussi la Figure 19a). L'erreur minimale est trouvée pour une valeur du temps de parcours de $T = 24.7$ ns et $Q_1 > 150$.

La meilleure ressemblance est trouvée pour une valeur de θ_e entre 3.5 et 5.5%. C'est une valeur raisonnable d'une couche gréseuse constituée de sable fin dans un environnement désertique où les averses (précipitations) moyennes annuelles sont très basses comme c'est le cas dans le désert du Tchad. Le résultat est montré dans la Figure 19 où l'ondelette synthétique propagée et réfléchie par l'interface est comparée aux trois différents signaux observés indiqués par trois flèches dans la

Figure 16.

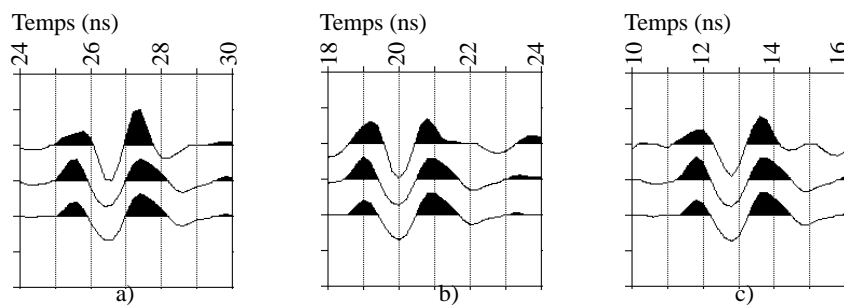


figure 19: Comparaisons des ondelettes propagées et réfléchies avec trois différentes ondelettes réelles observées. Ondelette réelle observée (en haut), ondelette modélisée en utilisant la source moyenne (au milieu) et ondelette modélisée en utilisant la source pondérée (en bas). a), b) et c) correspondent à la 2nd, 61^{ème} et 91^{ème} trace respectivement indiquée par les flèches sur la Figure 15. La constante diélectrique κ_2^0 de la deuxième couche a été calculée en utilisant la formule de mélange (52) avec $\kappa_s = 4$, $\kappa_e = 81$ et $\theta_e = 5\%$.

La Figure 20 (en bas) montre la modélisation de toutes les données. La constante diélectrique κ_2^0 de la seconde couche gréseuse est calculée en utilisant la formule de mélange (52) avec $\kappa_s = 4$, $\kappa_e = 81$ et $\theta_e = 5\%$. Dans ce cas, le temps de parcours T est ajusté automatiquement en comparant l'ondelette théorique et réelle dans une intervalle de temps raisonnable.

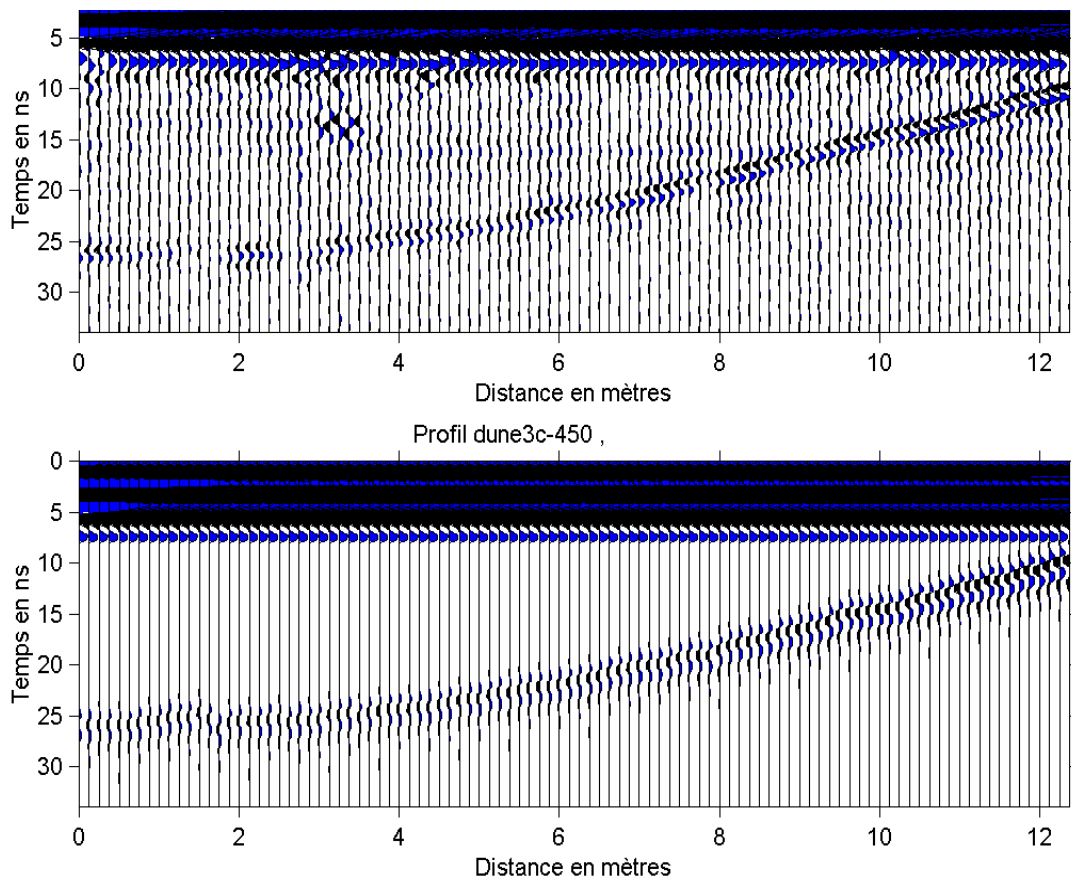


figure 20: Données réelles observées (en haut) et données synthétiques modélisées (en bas) en utilisant la formule de mélange (52) pour calculer la constante diélectrique κ_2^0 en prenant $\kappa_s = 4$, $\kappa_e = 81$ et $\theta_e = 5\%$.

5 - Le géoradar: présentation

5.A / L'appareillage

Le géoradar est constitué de deux antennes, l'une servant à l'émission d'ondes électromagnétiques, et l'autre à la réception de ces mêmes ondes. Les deux antennes sont reliées à une console, elle-même reliée à un ordinateur portable qui permet une visualisation des données en cours d'acquisition ou encore de configurer la console. L'énergie est délivrée par des batteries de type batterie automobile (voir figure 21). L'émetteur envoie dans le sol une ondelette électromagnétique centrée sur une fréquence variant de 10 MHz à 1 GHz. En fait, le signal n'est pas une simple sinusoïde à la fréquence désignée, mais une somme de sinusoïdes dont le spectre est centré sur cette fréquence.

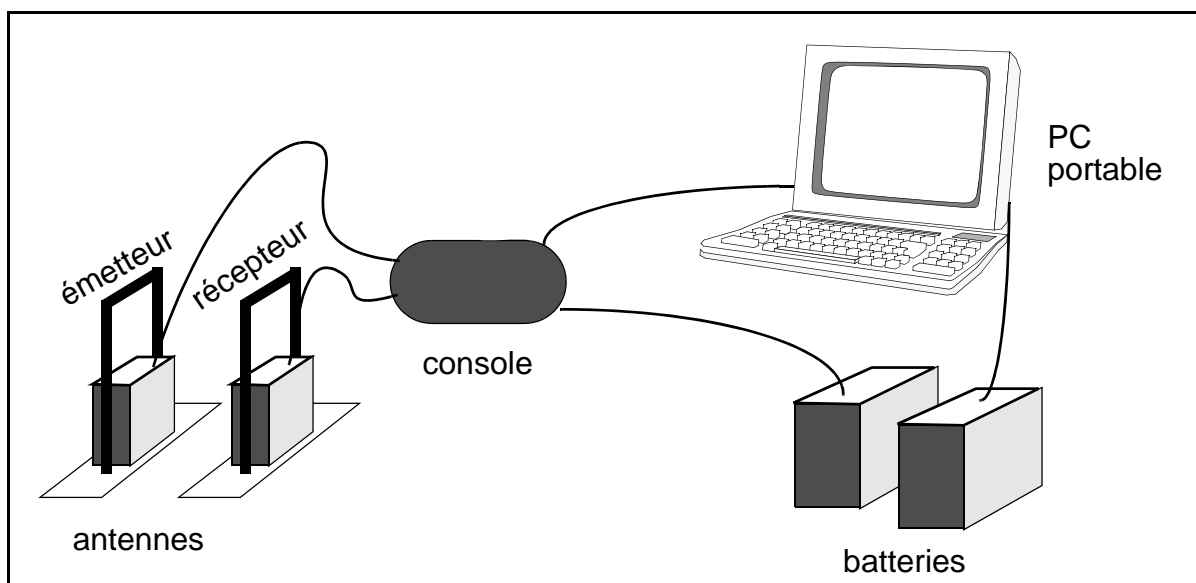


figure 21: Présentation schématique d'un système géoradar.

Parmi les types de matériel géoradar de surface les plus connus on peut en citer trois:

- Pulse EKKO, fabriqué par Sensors & Software Inc. (Canada),
- RAMAC, fabriqué par Mala Geoscience (Suède) et
- SIR (Subsurface Interface Radar), fabriqué par Geophysical Survey Systems, Inc. (USA).

Les antennes du géoradar peuvent être blindées ou non-blindées selon le coût du matériel géoradar. L'Ecole de Physique du Globe de Strasbourg (EPGS) dispose d'un modèle Pulse EKKO IV équipé de trois antennes (non-blindées) dont les fréquences dominantes sont respectivement de 50, 100 et 200 MHz. L'équipe *Imagerie Tectonique* (soutenu financièrement en 1998 par l'INSU, l'ULP et l'UMR 7516) s'est

doté d'un modèle Pulse EKKO 1000 équipé de quatre antennes (blindées) dont les fréquences dominantes sont respectivement de 110, 225, 450 et 900 MHz.

De façon qualitative, il faut retenir que plus la fréquence est élevée, plus la résolution verticale est bonne, mais moins la profondeur d'investigation est importante. Conjointement, plus la fréquence est élevée, plus le nombre de points de mesure doit être grand. Le tableau ci-dessous donne une idée des grandeurs associées dans chaque domaine pour un panel de fréquences classiquement utilisées pour le géoradar.

5.B / L'acquisition des données

L'acquisition en géoradar se fait selon deux dispositifs, l'un dit à offset constant, l'autre en collection point milieu. Ces deux types d'acquisition permettent pour le premier d'imager le sous-sol, pour le deuxième de donner un modèle de vitesse en fonction de la profondeur. L'analyse des résultats en temps donnés par l'acquisition à offset constant et en vitesse par l'acquisition point milieu permet de replacer chaque objet imagé à sa vraie profondeur.

Tableau 2 : Résolution verticale, pénétration et densité de mesure

<i>fréquence (en MHz)</i>	<i>résolution verticale = $\lambda/2$ (en m), pour $V=0.1$ m/ns</i>	<i>pénétration (en m), pour $\rho=100$ ohm m</i>	<i>densité des points de mesure</i>
25	2,0	35	tous les 2 m
50	1,0	20	tous les 1 m
100	0,5	10	tous les 50 cm
200	0,25	5	tous les 25 cm
225	0,22	4	tous les 20 cm
450	0,11	2	tous les 10 cm
900	0,055	1	tous les 5 cm

- L'acquisition à offset constant.

On nomme offset la distance séparant les deux antennes. Celles-ci sont utilisées parallèles entre elles au cours de l'acquisition et perpendiculairement au profil (figure 22).

Les antennes sont déplacées simultanément après chaque point de mesure. Ce point de mesure est en fait un enregistrement plus ou moins long des ondes pendant un temps de l'ordre de la centaine de nanosecondes ($1 \text{ ns} = 10^{-9} \text{ s.}$). Cet enregistrement est appelé une trace. A offset constant, un réflecteur plan dans le sous-

sol apparaîtra comme un plan sur la coupe radar, un angle ou une arête de mur, considéré comme un point diffractant, sera visible comme une demi-hyperbole.

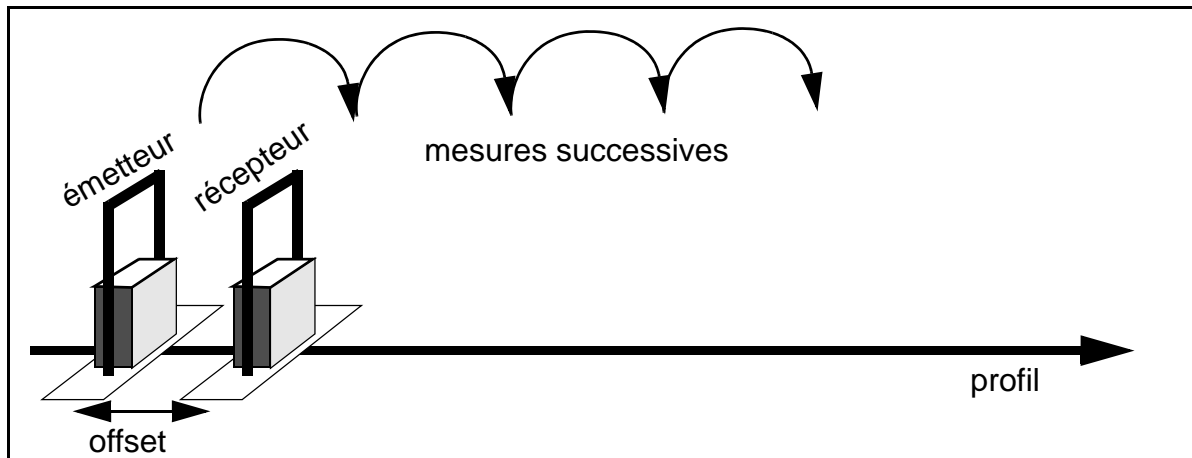


figure 22: Schéma de l'acquisition à offset constant. Chaque mesure successive donne lieu à une trace.

- L'acquisition en point milieu.

Cette méthode d'acquisition consiste cette fois à écarter les deux antennes au fur et à mesure, de part et d'autre d'un même point milieu. Les réflecteurs horizontaux apparaissent alors comme des hyperboles dont la courbure est corrélée à la vitesse du milieu surmontant par la formule:

$$t^2 = t_0^2 + \frac{4h^2}{V^2} \quad (61)$$

où t est le temps sur l'hyperbole, t_0 le temps à offset nul ou encore le temps du sommet de l'hyperbole, h l'offset (la demi-distance séparant les deux antennes) et V la vitesse moyenne des ondes EM du milieu surmontant. L'ordre de grandeur des vitesses ($V = c/\kappa^{1/2}$, avec $c = 0.3$ m/ns la vitesse des ondes radar dans le vide et κ la permittivité diélectrique relative du milieu) des ondes EM radar pour les principaux milieux est repris ci-dessous:

5.C / Le traitement des données

Pour améliorer l'image donnée par les coupes radar, un certain nombre de traitements peuvent être appliqués. Les logiciels de traitement (interactif) développés par notre laboratoire au départ pour la sismique (Siliqi, 1994), ont été bien adaptés aux données radar (Pivot, 1997; J. F. Girard, en thèse). Ils contribuent à atténuer les phénomènes physiques inhérents à la propagation des ondes électromagnétiques dans le sol, comme l'atténuation du signal avec la profondeur, ou encore la superposition de bruits parasites. L'ensemble de ces logiciels contient le calage du

temps zéro, le filtrage de la composante continue (en temps et en espace) par la moyenne glissante, l'amplification constante ou ajustée (AGC, Automatic Gain Control), le gain exponentiel adapté, l'analyse spectrale, le filtre passe-bande (filtrage en fréquence), la modélisation géométrique des diffractions, la modélisation et le filtrage des diffractions aériennes. La correction du temps zéro est calculée en divisant la distance entre les antennes (l'offset) avec la vitesse de la lumière dans le vide (0.3 m/ns). On trouve ainsi le temps des premières arrivées t_{pa} ($t_{pa} = \text{offset}/0.3$) et les arrivées aériennes sont calées à ce temps t_{pa} (voir Figure 23b).

Tableau 3: Vitesses des ondes radar

Matériaux	Vitesse m/ns
air ou vide	0,3
eau douce	0,033
eau de mer	0,033
glace	0.16
sables secs	0,15
sables humides	0,06
grès	0,12
calcaire	0,12
argile	0,06
granite	0,13
sel	0,13

La Figure 23 montre un exemple de la chaîne de traitement des données radar à offset constant. Le profil de cette figure a été enregistré sur une dune de sable éolienne, dans le littoral Mauritanien, avec le système Pulse EKKO 1000 en utilisant les antennes de 450 MHz. La distance entre les antennes a été de 25 cm et le déplacement du dispositif de 12.5 cm. Les données brutes sont présentées sur la Figure 23a. Un filtre de la composante continue (en temps) et le calage du temps zéro ont été appliqués (Figure 23b). Le filtre des réflexions parasites horizontales et une amplification sont montrés sur les Figures 23c et 23d respectivement. Finalement la Figure 24 montre l'application des corrections topographiques en utilisant une vitesse de 0.17 m/ns. L'ensemble de ces traitements est ajusté par des paramètres contrôlés par l'utilisateur. Celui-ci peut les modifier de façon à obtenir une image qui se rapproche de l'objet à identifier.

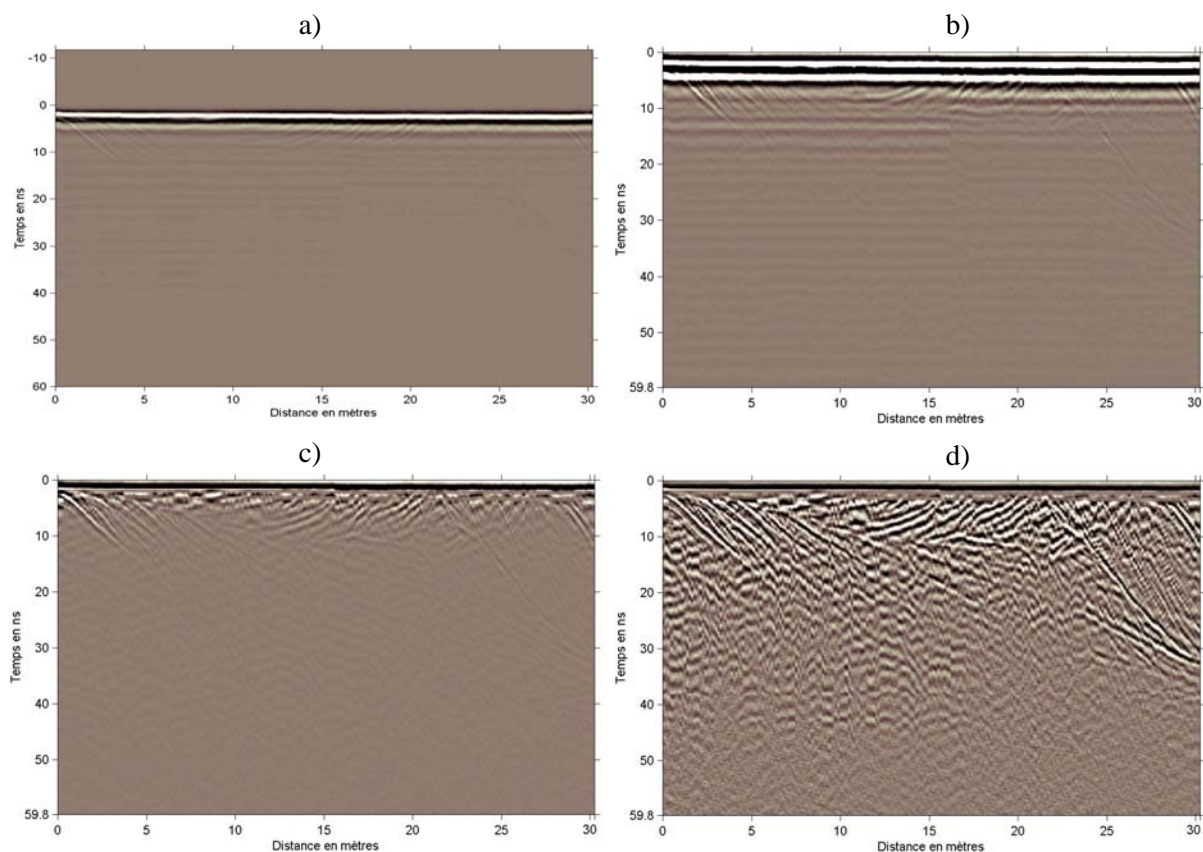


figure 23: Exemple de la chaîne de traitement des données radar à offset constant. a) Données brutes. b) Un filtre de la composante continue (en temps) et le calage du temps zero ont été appliqués. c) Filtrage des réflexions parasites horizontales. d) Une amplification a été appliquée aux données. La fréquence des antennes utilisées est de 450 MHz. La distance entre les antennes a été de 25 cm et le déplacement du dispositif (la distance entre les traces) de 12.5 cm.

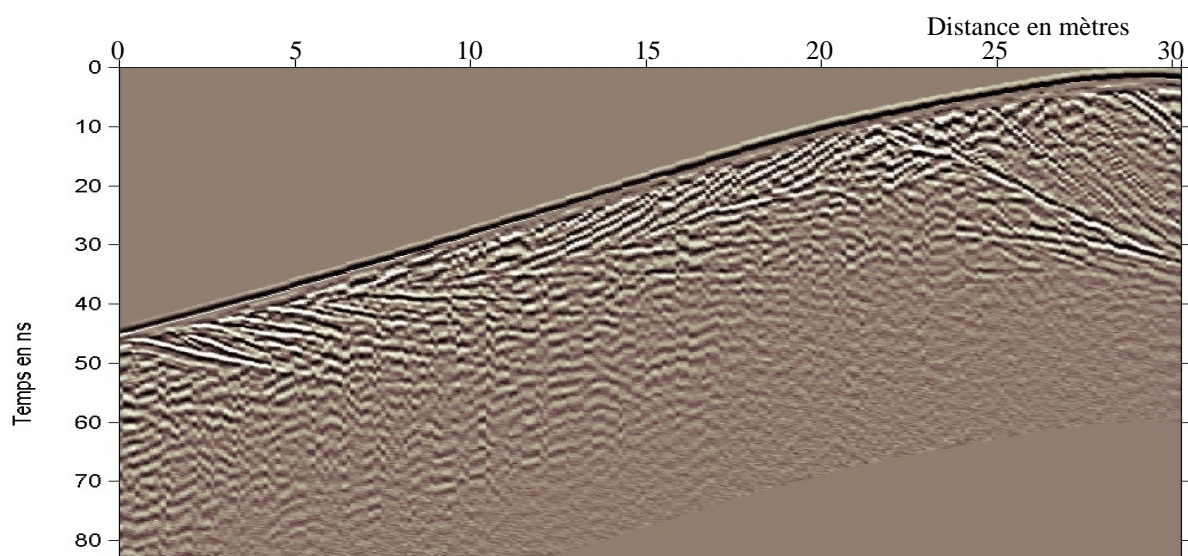


figure 24: Corrections topographiques avec une vitesse de 0.17 m/ns.

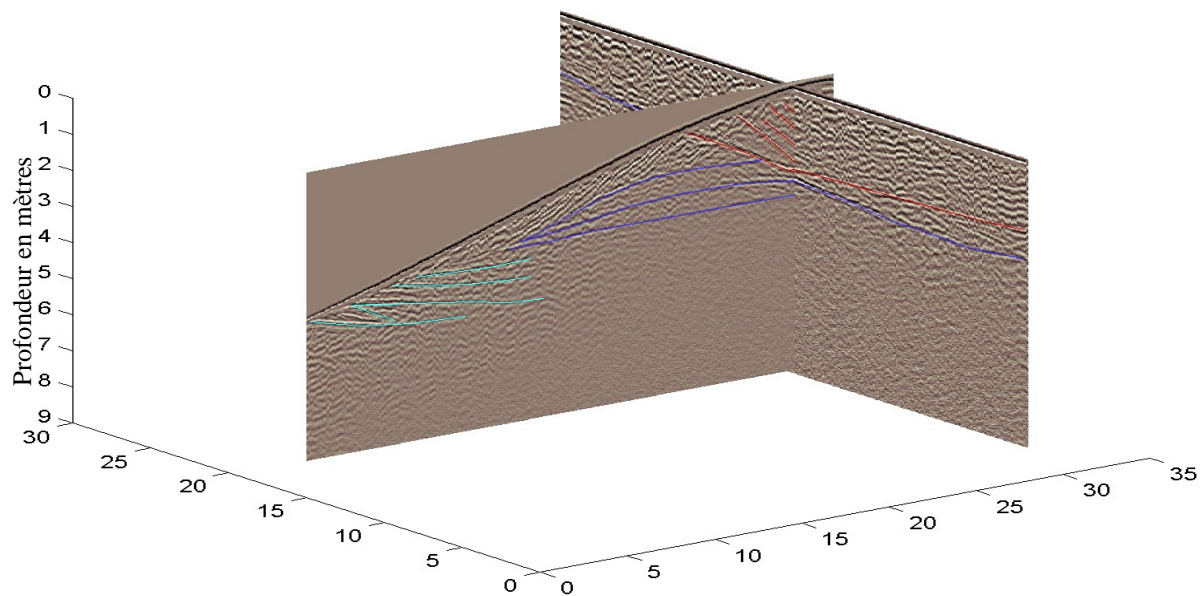


figure 25: Vue 3D du profil de la Figure 24 se croisant un autre profil. Différentes réflexions sont pointées sur cette figure. Conversion en profondeur avec une vitesse de 0.17 m/ns.

6 - Exemples d'application

6.A / Exemple de la faille de Wellington (Nouvelle Zélande)

L'imagerie de failles par méthode géoradar a donné des résultats impressionnants, en particulier dans les zones à fort couvert sédimentaire. La Figure 26 montre un profil géoradar réalisé en mars 1998 par notre équipe sur la faille de Wellington en Nouvelle Zélande en zone semi-urbaine. La fréquence des antennes utilisées est de 200 MHz. La distance entre les antennes a été de 0.5 m et le déplacement du dispositif (la distance entre les traces) de 0.25 m. Corrections topographiques et conversion en profondeur avec une vitesse de 0.1 m/ns. Les réflexions visibles sur cette figure proviennent de la stratification des dépôts sédimentaire (gravier, sable et argile) du Pliocene (Bano et al., 1998b).

La partie sud de l'île du Nord de la Nouvelle Zélande représente une zone à forte activité sismique et les déformations s'effectuent suivant le système de la faille dextre de Wellington. Le taux de déplacement horizontal a été estimé de l'ordre de 6 à 7.6 mm/an (Berryman, 1990). Sur la Figure 26 nous constatons que la faille se trouve au niveau de l'escarpement et que la réflexion à 2.5 m (50 ns), à gauche de l'escarpement, est aussi visible à droite de l'escarpement (à 0 m) montrant un rejet de 2.5 m.

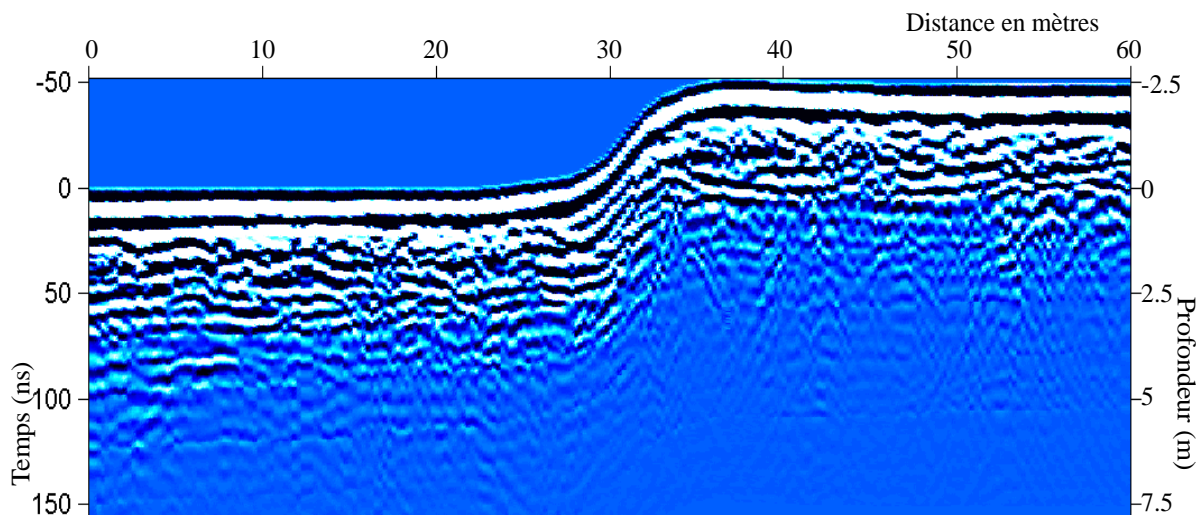


figure 26: Image géoradar réalisée sur la faille de Wellington (Nouvelle Zélande) au niveau d'un escarpement. La fréquence des antennes utilisées est de 200 MHz. La distance entre les antennes a été de 0.5 m et le déplacement du dispositif (la distance entre les traces) de 0.25 m. Corrections topographiques et conversion en profondeur avec une vitesse de 0.1 m/ns.

6.B / Image radar d'une dune éolienne

La figure 27 montre deux images géoradar obtenues sur une dune de sable sec en utilisant le système Pulse EKKO 1000. Deux jeux d'antennes blindées de 225 et 450 MHz respectivement ont été utilisés. La distance entre les antennes a été de 0,5 et 0,25 m et le déplacement du dispositif (la distance entre les traces) de 0,25 et 0,125 m pour chacune des fréquences. Des corrections topographiques, un AGC de 5 et de 2,5 ns respectivement et aussi un gain constant ont été appliqués aux données de cette figure. La conversion en profondeur et les corrections topographiques ont été faites en utilisant une vitesse constante de 0.15 m/ns, qui est une valeur raisonnable pour le sable sec (voir Tableau 3).

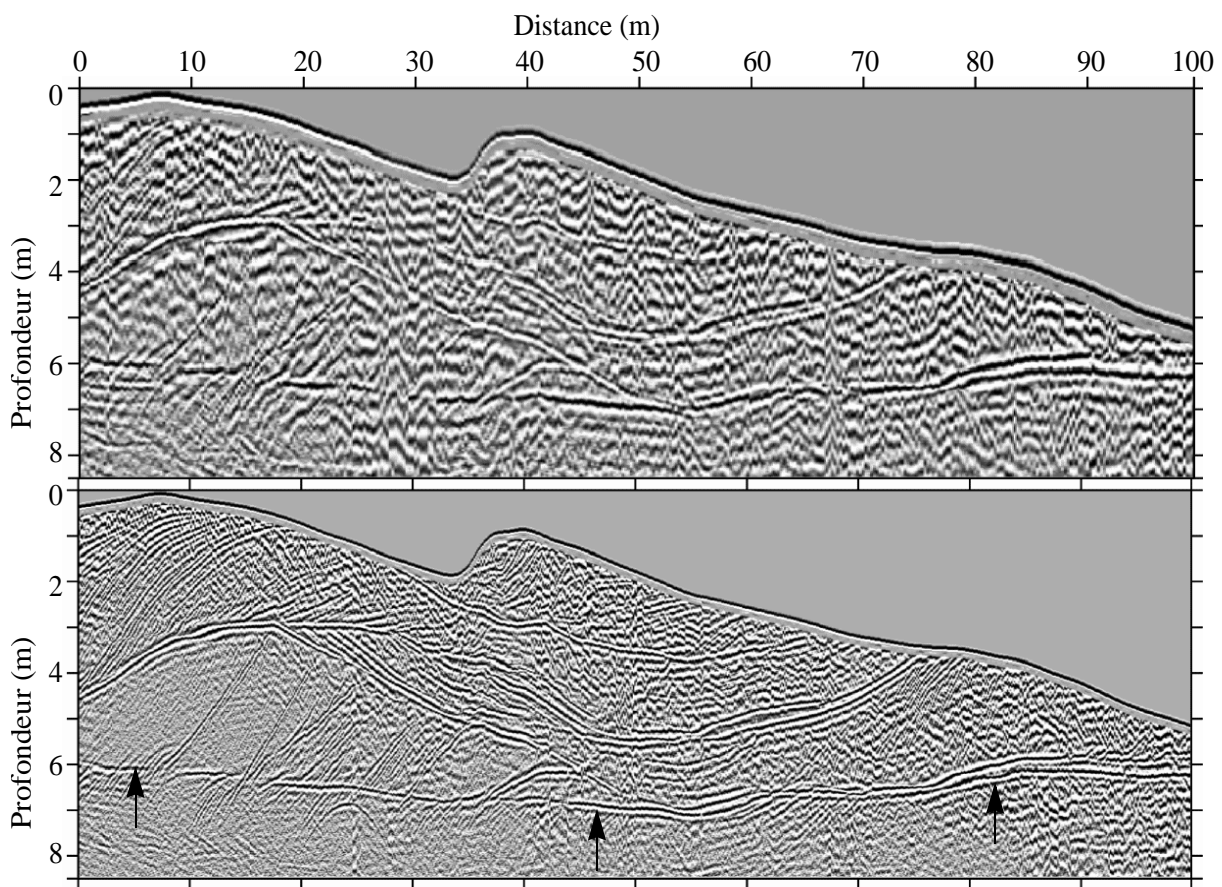


figure 27: Exemples d'images géoradar obtenues avec le système Pulse EKKO 1000 a) avec les antennes de 225 MHz et b) avec les antennes de 450 MHz. Les corrections topographiques ont été appliquées en utilisant une vitesse de 0.15 m/ns, qui est une valeur raisonnable pour le sable sec. Un AGC de 5 et 2.5 ns et un gain constant ont été appliqués sur les deux sections. Conversion en profondeur avec une vitesse de 0.15 m/ns.

Nous constatons que la profondeur d'investigation sur les deux images est presque la même, de l'ordre de 7 m. Les antennes de 450 MHz donnent une résolution plus fine et une très forte réflectivité. La continuité latérale est bien meilleure aussi. Les trois flèches indiquent la base de la dune ou la surface de déflation (reg, 6 m depuis le

sommet). Les réflexions visibles à l'intérieur de la dune actuelle indiquent des contrastes d'impédance électromagnétique (contrastes de permittivité diélectrique). Ces contrastes de permittivité sont directement reliés aux processus sédimentaires à l'origine de la mise en place des grains de sables. Les différences de compacité dans l'assemblage des grains sont sans doute à l'origine de ces réflexions observées.

6.C / Tuyau de gaz et nappe phréatique

Le profil de la Figure 28 a été enregistré sur les alluvions de la vallée du Rhin supérieur avec les antennes de 100 MHz. L'hyperbole dont le sommet se trouve à 1.5 m de profondeur est due à un tuyau de gaz perpendiculaire au profil. La réflexion horizontale entre 4 et 5 m de profondeur y indique la position de la nappe phréatique observée sur une carrière à proximité de ce profil. Nous constatons que les réflexions à partir de la nappe phréatique commencent à se détériorer y indiquant une zone plus atténuante (conductrice) due à la présence de l'eau. La distance entre les antennes a été de 1 m et le déplacement du dispositif (la distance entre les mesures) de 0.25 m. La conversion en profondeur a été faite en utilisant une vitesse de 0.10 m/ns.

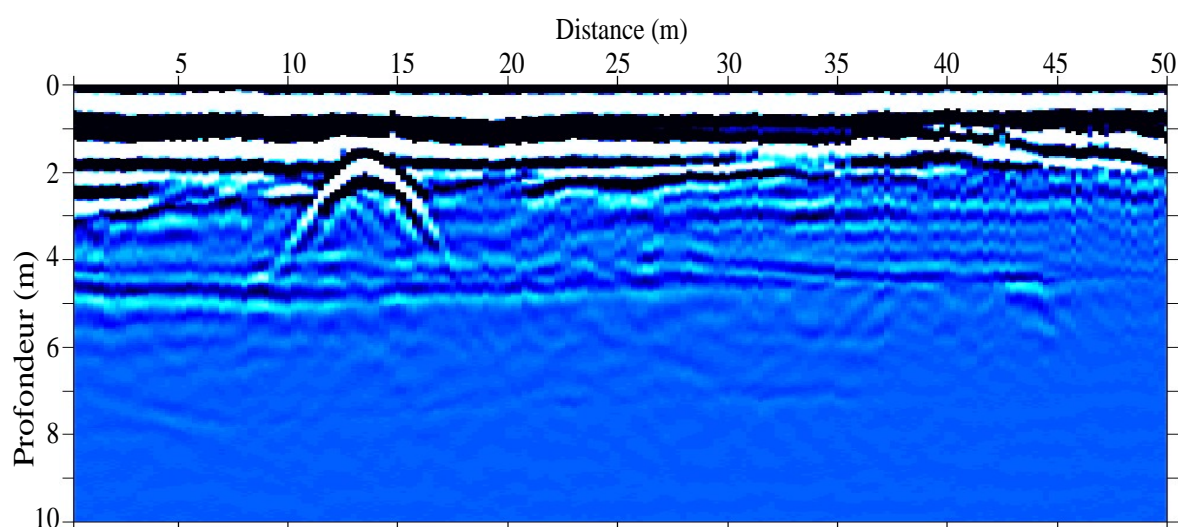


figure 28: Image géoradar réalisée dans les alluvions quaternaires de la vallée du Rhin supérieur. Le système utilisé est Pulse EKKO IV et la fréquence des antennes est de 100 MHz. L'hyperbole dont le sommet se trouve à 1.5 m de profondeur est due à un tuyau de gaz et la réflexion entre 4 et 5 m de profondeur y indique la position de la nappe phréatique. Conversion en profondeur avec une vitesse de 0.10 m/ns.

6.D / Exemple de la plaine du Tages (Portugal)

La Figure 29 montre une image géoradar réalisée (en collaboration avec M. Meghraoui) à la limite entre la plaine alluviale du Tages (à gauche) et des dépôts antérieurs (à droite). La première couche de conglomérats repose sur un encaissant

d'argile très compacte et d'épaisseur supérieure à 20 m, ce qui explique l'absence de la réflectivité à partir de la base de la couche de conglomérats. La fréquence des antennes utilisées est de 100 MHz. La distance entre les antennes a été de 1 m et le déplacement du dispositif (la distance entre les traces) de 0.25 m. La conversion en profondeur a été effectuée en utilisant une vitesse de 0.09 m/ns, estimée à partir de l'analyse d'un CMP réalisé à coté du profil.

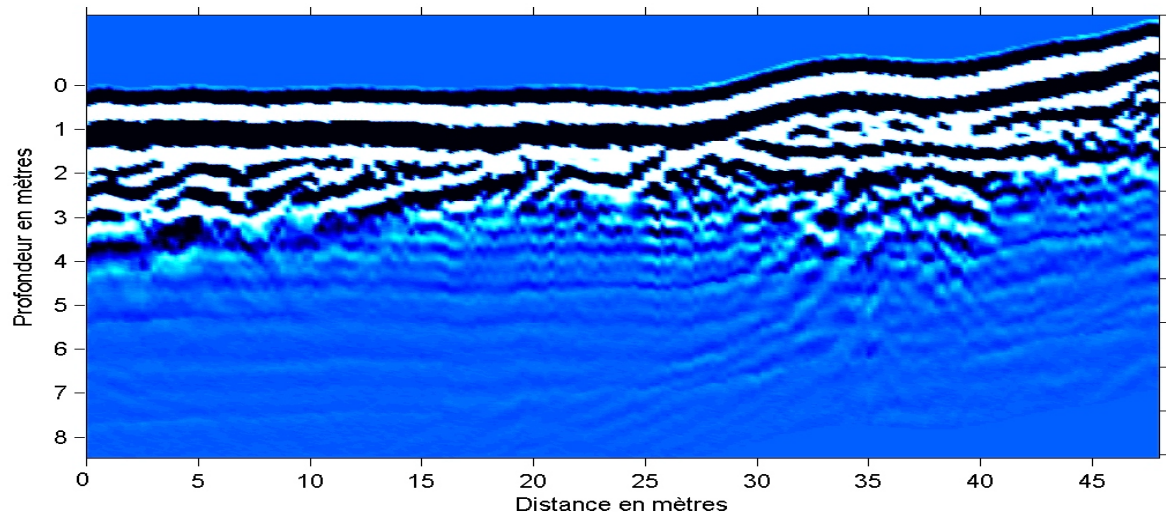


figure 29: Image géoradar réalisée sur la plaine alluviale du Tages (Portugal) au niveau d'un escarpement. La fréquence des antennes utilisées est de 100 MHz. La distance entre les antennes a été de 1 m et le déplacement du dispositif (la distance entre les traces) de 0.25 m. Conversion en profondeur avec une vitesse de 0.09 m/ns.

Conclusions et Perspectives

Une étude de la propagation en 1D des ondes électromagnétiques, dans un milieu absorbant et dispersif, nous a permis de développer une méthode originale de détermination du paramètre de l'atténuation (les pertes diélectriques ou le facteur de qualité Q) des ondes radar. Nous considérons une fonction complexe de puissance en fréquence pour la permittivité diélectrique, qui est similaire à l'expression du module élastique dans le cas des pertes mécaniques. Nous démontrons aussi que cette réponse diélectrique correspond à un modèle à Q constant et est valide pour une gamme de fréquences et pour une valeur positive quelconque de Q . En utilisant cette approche, nous proposons une méthode de propagation afin de modéliser l'atténuation radar et déterminer le facteur de qualité Q . Cette méthode a été appliquée aux données réelles transmises dans un milieu granitique altéré et fracturé, et la meilleure ressemblance entre l'ondelette modélisée et observée a été trouvée pour une valeur de $Q = 14$. Les résultats montrés dans cette partie ont une grande implication dans la modélisation et le traitement des données radar et spécialement dans la mise en oeuvre des filtres inverse- Q . Il serait souhaitable d'appliquer cette méthode aux données radar acquises dans d'autres milieux géologiques.

L'absorption et la dispersion des ondes radar peuvent être considérées comme une perturbation du signal radar qui doit être éliminée en appliquant un filtre inverse- Q approprié. Etant donné que ces phénomènes (absorption et dispersion) sont étroitement liés à la propagation des ondes, l'imagerie (ou l'extrapolation) du champs d'onde peut être utilisée dans la mise en oeuvre d'un filtre inverse- Q . Afin d'améliorer les images radar et, compte tenu des premiers résultats encourageants de la modélisation en 1D des ondes EM, nous avons aussi développé des méthodes d'imagerie radar à 1 et 2D (avec le filtre inverse- Q) dans le cas d'un milieu absorbant et dispersif. Ces méthodes sont basées sur la prolongation du champ d'onde pondéré dans le domaine de Fourier et sont valides pour un milieu homogène horizontalement stratifié. La fonction de la pondération utilisée ici est une Gaussienne dont la largeur varie en temps et est contrôlée par la largeur de la bande fréquentielle ($\Delta\omega$) et par la fréquence centrale (ω_c) des données radar. L'application de cette fonction de pondération est indispensable afin de rendre la méthode stable. Dans le cas de l'imagerie à 2D avec le filtre inverse- Q , la stabilité de la méthode est assurée en appliquant aussi un filtre spatial passe-bas. Il serait par ailleurs intéressant, lors de développements ultérieurs, d'étendre cette approche en différences-finies afin de tenir compte des variations latérales des paramètres physiques dans le milieu.

Les objets de surface telle que les lignes et les poteaux électriques, les clôtures métalliques, les arbres et les coins des immeubles se comportent comme des objets diffractants (pour les ondes EM) et peuvent produire de fortes diffractions aériennes. Puisque la propagation des ondes radar dans l'air se fait pratiquement sans atténuation intrinsèque, ni dispersion (les ondes radar subissent seulement une atténuation géométrique), ces diffractions sont très énergiques et peuvent, à leur tour,

masquer les réflexions radar primaires provenant du sous-sol. En utilisant une technique simple de modélisation géométrique, nous pouvons facilement reconnaître si ces diffractions sont réellement dues aux objets en surface et ne pas les confondre avec les réflexions sub-horizontales dues à la structure géologique. Après avoir reconnu ces diffractions, nous les modélisons en utilisant une méthode d'imagerie 2D (semblable à celle utilisée en imagerie sismique) en domaine de Fourier; cette méthode est valable pour un milieu homogène non-atténuant et non-dispersif. Ensuite nous comparons les données réelles aux diffractions synthétiques afin d'éliminer ces dernières des données réelles.

L'étude de la modélisation des réflexions radar dans le cas du sable sec montre que parmi les effets de la propagation (absorption, dispersion et divergence sphérique) le plus important est la divergence sphérique. D'autre part, en utilisant une formule simple de mélange entre la constante diélectrique des sols sableux et la teneur en eau (θ_e) dans l'échantillon, nous mettons en évidence la sensibilité du coefficient de réflexion due aux faibles changements de la teneur en eau (θ_e) dans le sable. Ce qui explique les fortes réflexions provenant de la base de la dune actuelle. En combinant la modélisation de l'ondelette (en 1D) avec la relation de mélange, nous avons trouvé une valeur de θ_e entre 3.5 et 5.5%. C'est une valeur raisonnable d'une couche gréseuse consolidée constituée de sable fin dans un environnement désertique où les averses (précipitations) moyennes annuelles sont très basses comme c'est le cas dans le désert du Tchad. Il nous paraît intéressant d'appliquer cette méthode aux données acquises sur un milieu absorbant et dispersif (autre que le sable sec).

Nous sommes en train de développer l'imagerie géoradar en 3D tant sur le plan théorique qu'au niveau de ses applications dans des projets scientifiques qui intéressent l'environnement. Les objectifs consistent à mettre au point des méthodes radar permettant de préciser la géométrie 3D de réseaux de fractures d'un milieu hétérogène, dissipatif et dispersif. Une thèse financée par une bourse du Ministère de l'Education Nationale a débuté sur le sujet en Octobre 1999 (thèse de J.F. Girard). Nous proposons d'imager un milieu synthétique contenant plusieurs hétérogénéités, en acquérant des données radar. Ensuite nous tenterons d'étudier la modélisation numérique des phénomènes de diffraction multiple en différence finie (FDTD: Finite Difference Time Domain). Nos objectifs dans ce domaine sont plus précisément de reconstituer la géométrie tridimensionnelle:

- des réseaux de fracture drainant les fluides dans des sites de stockages des déchets industriels,
- des aquifères en hydrogéologie,
- des failles actives «cachées» à proximité de la surface dans le cadre des campagnes d'évaluation du risque sismique.

Le but est d'extraire, à partir des données radar réelles, de l'information concernant la complexité et la texture des milieux étudiés. Nous désirons à présent étudier les caractéristiques de l'image géoradar en forage. Deux géométries d'acquisition nous

intéressent particulièrement; à savoir surface forage pour la caractérisation du milieu superficiel et intra-forage pour l'imagerie autour du forage (tomographie). Pour cela nous proposons d'acquérir un dispositif géoradar en forage (RAMAC, fabriqué par Mala Geoscience, Suède) avec les antennes de 100 et 200 MHz.

Finalement, nous avons montré que les données radar en transmission et en réflexion à offset constant (distance entre les deux antennes constantes) nécessitent l'élaboration de traitements spécifiques qui permettent une véritable mise en valeur des paramètres physiques qu'elles contiennent. Il est indispensable maintenant de s'intéresser aux données à offset variable, afin d'en extraire des informations plus précises concernant les aquifères et l'anisotropie du milieu.

Références

- Aki, K. and Richards, P., G., 1981. *Quantitative seismology - Vol. 1: Theory and methods*, Ed. H. Freeman & Co., San Francisco.
- Arcone, S., A., 1995. Numerical studies of the radiation patterns of resistivity loaded dipoles, *Journ. of Appl. Geophys.*, vol. 33, 39-52.
- Azimi, S. A., Kalinin, A. V., Kalinin, V. V., and Pivovarov, B. L., 1968. Impulse and transient characteristics of media with linear and quadratic absorptions laws, *Phys. Solid Earth*, 88-93.
- Bano, M., 1996a. Q-phase compensation of seismic records in the frequency domain: *Bull. Seis. Soc. Am.*, **86**, vol. N° 4 1179 -1186.
- Bano, M., 1996b. Constant dielectric losses of ground-penetrating radar waves. *Geophys. J.Int.*, **124**, 279 - 288.
- Bano, M., 1996c. Modeling and inverse Q imaging of ground-penetrating radar waves in 1 and 2D. *Geophys. Res. Lett.*, **23**, No. 22, 3123-3126.
- Bano, M., Marquis, G., Maurin, J. C., Nivière, B., and Cushing, M., 1998, Ground Penetrating Radar for the detection of Quaternary sedimentary features in the Rhine River valley. *Proc. 4^{ème} meeting de l'Environment and Engineering Geophysical Society (EEGS, extended abstracts), Barcelona, Septembre 1998*, p. 655-658.
- Bano, M., Audru, J. C., Nivière, B., Begg, J., Berryman, K., Henrys, S., and Maurin, J. C., 1998, Application of Ground Penetrating Radar to investigation of the Wellington Fault (NZ). *Proc. 4^{ème} meeting de l'Environment and Engineering Geophysical Society (EEGS, extended abstracts), Barcelona, Septembre 1998*, p. 659-662.
- Bano, M., Pivot, F., and Marthelot, J. M., 1999a. Modeling and filtering of surface scattering in ground-penetrating radar waves. *First Break*, **17** (6), 215-222.
- Bano, M., Düringer, Ph., Ghienne, J.F., and Schuster, M., 1999b. Ground Penetrating Radar study of dry aeolian environment. *Proc. 69th SEG meeting*, Houston, Tx, p. 586-589.
- Bano, M., Marquis, G., Nivière, B., Maurin, J. C., and Cushing, M., 2000a. Investigating alluvial and tectonic features with ground-penetrating radar and analysing diffractions patterns. *Journ. Applied Geophys.*, **43**, p. 33-41.
- Bano, M., and Girard, J. F., 2000b. Radar reflections and water content estimation of aeolian sand dunes. *Geophys. Res. Lett.* (submitted). (*Published in 2001 : 28*, No. 16, p. 3207-3210.)
- Beres, M., Jr., and Haeni, F., P., 1991. Application of ground penetrating radar methods in hydrogeologic studies, *Ground Water*, **29**, 375-386.
- Birchak, J. R., Gardener, C. G., Hipp, J. E. and Victor, J. M., 1974. High dielectric constant microwave probes for sensing soil moisture, *Proc. IEEE*, **62**, 93-98.
- Blair, D. P. & Spathis, A. T., 1982. Attenuation of Explosion-Generated Pulse in Rock Masses, *J. Geophys. Res.*, **87**, 3885-3892.
- Blair, D. P. & Spathis, A. T., 1984. Seismic Source Influence in Pulse Attenuation Studies, *J. Geophys. Res.*, **89**, 9253-9258.
- Bristow, Ch., Pugh, J., and Goodall T., 1996. Internal structure of aeolian dunes in Abu Dhabi determined using ground-penetrating radar, *Sedimentology*, **43**, 995-1003.
- Brown, W., F., 1956. «Dielectrics», in *Encyclopedia of Physics*, **17**, Berlin: Springer.
- Berkhout, A., J., 1981. Wave field extrapolation techniques in seismic migration, a tutorial, *Geophysics*, **46**, 1638-1656.
- Berryman, K., R., 1990. Late Quaternary movement on Wellington Fault in the Upper Hut area, New Zealand, *N. Z. J. Geol. Geophys.*, **33**, 257-270.
- Böttcher, C., J., F. & Bordewijk, P., 1978. *Theory of Dielectric Polarisation*. Volume **2**,

- Amsterdam: Elsevier Press.
- Brennan, B., J. and Smylie, D., E., 1981. Linear Viscoelasticity and Dispersion in Seismic Wave Propagation, *Rev. Geophys. and Space Physics*, **19**, No 2, 233-246.
- Cai, J., McMechan, G., A., and Fisher, M., A., 1996. Application of Ground-Penetrating Radar to Investigation of Near-Surface Fault Properties in the San Francisco Bay Region, *Bull., Seism., Soc. Am.*, **86** (5), 1459-1470.
- Claerbout, J., F., 1976. *Fundamentals of Geophysical Data Processing: with application to petroleum prospecting*, McGraw-Hill, Inc.
- Claerbout, J., F., 1985. *Imaging the Earth's Interior*, Blackwell Scientific Publications, Oxford.
- Cole, K. S. & Cole, R. H., 1941. Dispersion and absorption in dielectrics, *J. Chem. Phys.*, **9**, 341-351.
- Daniels, D. J., 1996, *Surface Penetrating Radar*, published by the Institution of Electrical Engineers (IEE), London, United Kingdom., pp. 300.
- Davis, J. L. & Annan, A. P., 1989. Ground-penetrating radar for high-resolution mapping of soil and rock stratigraphy, *Geophys. Prosp.*, **37**, 531-551.
- Davidson, D., H. & Cole, R. H., 1951. Dielectric relaxation in glycerol, propylene glycol, and n-propanol, *J. Chem. Phys.*, **29**, 1484-1490.
- Debye, P., 1929. Polar molecules: Chemical Catalogue Co.
- Dissado, L. A. & Hill, R. M., 1984. Anomalous low-frequency dispersion, *J. Chem. Soc. Faraday Trans. 2*, **80**, 291-319.
- Engheta, N., and C., H., Papas, 1982. Radiation patterns of interfacial dipole antennas, *Radio Scienc*e ,vol. 17, No. 6, pp. 1557-1566.
- Futterman, W. I., 1962. Dispersive body waves, *J. geophys. Res.*, **67**, 5279-5291.
- Gazdag, J., 1978. Wave equation migration with phase-shift method, *Geophysics*, **43**, 1342-1355.
- Grandjean, G., Gourry, J., C., and Bitri, A., 2000, Evaluation of GPR techniques for civil-engineering applications: study on a test site, *J. Appl. Geophys.*, **45**, 141- 156.
- Greaves, R., J., Lesmes, D., P., Lee J., M. and Toksos, M., N., 1996. Velocity variations and water content estimated from multi-offset, ground-penetrating radar, *Geophysics*, **61**, 683-695.
- Guéguen, Y., & Palciauskas, V., 1992. *Introduction à la Physique des Roches*, Hermann Editeurs des Sciences et des Arts, Paris, 312 pp.
- Hagrey, S. A., and Muller, C., 2000. GPR study of pore water content and salinity in sand, *Geophys. Prosp.*, **48**, 63-85.
- Hargreaves, N. D., and Calvert A. J., 1991. Inverse Q filtering by Fourier transform, *Geophysics*, **56**, 519-527.
- Harlan, W., S., Claerbout, J., F., and F. Rocca, 1984. Signal/noise separation and velocity estimation, *Geophysics*, vol. 49, pp. 1869-1880.
- Hill, R., M. & Joncsher, A. K., 1983. The dielectric behavior of condensed matter and its many-body interpretation, *Contmp. Phys.*, **24**, 75-110.
- Hollender, F., 1994. Etude de la compatibilité traitement sismique/données radar. Rapport de stage de **D.E.A.**, E.O.P.G.S., 29 pp.
- Hollender, F., and Tillard, S., 1998. Modeling GPR wave propagation and reflection with Joncsher parametrization, *Geophysics*, **63**, 1933-1942.
- Jannsen, D., Voss, J. & Theelin, F., 1985. Comparison of methods to determine Q in shallow marine sediments from vertical reflection seismograms, *Geophys. Prosp.*, **33**, 479-497.
- Joncsher, A. K., 1977. The 'universal' dielectric response, *Nature*, **267**, 673-679.
- Joncsher, A. K., 1978. Low-frequency dispersion in carrier-dominant dielectrics, *Philos. Mag. Part B*, **38**, 587-601.

- Joncscher, A. K., 1981. A new understanding of dielectric relaxation of solids, *J. Mater. Si.*, **16**, 2037-2060.
- Kalinin, A. V., Azimi, S. A., and Kalinin, V. V., 1967. Estimate of the phase-velocity dispersion in absorbing media, *Phys. Solid Earth*, 249-251.
- Kanamori, H., & Anderson D. L., 1977. Importance of physical dispersion in surface wave and free oscillation problems, Review, *Rev. Geophys. Space Phys.*, **15**, 105-112.
- Kärkkäinen, K., K., Sihvola, A. H. and Nikoskinen K., I., 2000. Effective Permittivity of mixtures: Numerical validation by FDTD method, *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, **38**, 1303-1308.
- Kjartansson, E., 1979. Constant Q-wave propagation and attenuation, *J. geophys. Res.*, **84**, 4737-4748.
- Knight, R. M. & Nur, A., 1987. The dielectric constant of sandstones, 60 kHz to 4 MHz, *Geophysics*, **52**, 644-654.
- Levin, S., A., 1984. Discussion On: «Dip limitation on migrated sections as a function of line length and recording time» by H. B. Lynn and S. Deregowski (*Geophysics*, **46**, p. 1362, October, 1981) *Geophysics*, **49**, 1804-1805.
- Locker, D. A. & Byerlee, J. D., 1985. Complex Resistivity Measurements of Confined Rock, *J. geophys. Res.*, **90** 7837-7847.
- Mavko, G., Mukerji, T. and Dvorkin, J., 1998. *The Rock Physics Handbook: Tools for seismic analysis in porous media*, Cambridge University Press, Cambridge, pp. 329.
- McCall, D. W., 1969. In *Molecular Dynamics and Structure of Solids*, NBS Special Publ., **301**, 475-537.
- McCann, D., M., Jackson, P. D., and Fenning, P., J., 1988. Comparison of seismic and ground probing radar methods in geological surveying, *IEE Proceedings*, Vol. **135**, 380-390.
- Meyers, R., A., Smith, D., G., Jol, H., M., and Peterson C., D., 1996. Evidence for eight great earthquake-subsidence events detected with ground-penetrating radar, Willapa barrier, Washington, *Geology*, **24**, No. 2, 99-102.
- Noon, D., A., 1996. Stepped-frequency Radar Design and Signal processing Enhances GPR Performance. *PhD dissertation*, The University of Queensland, Qld, Australia, pp. 180.
- Noon, D., A., Stickley G., F., and Longstaff, D., 1998. A frequency-independent characterisation of GPR penetration and resolution performance, *J. Appl. Geophys.*, **40**, 127- 137.
- Norris, A., N., Sheng, P., and Callegari A., J., 1985. Effective-medium theories for two-phase dielectric media, *J. Appl. Phys.*, **57**, 1990-1996.
- Owen T. E., Ed., 1995. Special issue on ground penetrating radar, *J. Appl. Geophys.*, **33** (1-3).
- Paley, R. E. A. C., and Wiener N., 1934. Fourier Transforms in the complex Domain, *Am. Math. Soc. Colloq. Publ.*, **19**, 116-117.
- Papoulis, A., 1962. The fourier Integral and its Applications, McGraw-Hill, New York, Chap 10.
- Powers, H., M., and Olhoeft, G., R., 1994, Modeling dispersive ground penetrating radar data: *Proc. 5th Int. Conf. Ground Penetrating Radar*, 173-184.
- Pivot, F., 1997. Construction géométrique de réflecteurs en sismique réflexion profonde. *PhD Thesis*, Strasbourg, p. 214.
- Sareni, B., Krähenbühl, L., Beroual, A. and Brosseau, C., Effective dielectric constant of random composite materials, *J. Appl. Phys.*, **81**, 2375- 2383, 1997.
- Sato, M. and Versteeg, R., Eds., 1998. Special issue on ground penetrating radar (GPR'96), *J. Appl. Geophys.*, **40**, (1-3).
- Sen, P., N., Scala, C. and Cohen, M., H., 1981. A self-similar model for sedimentary rocks with application to the dielectric constant of fused glass beads, *Geophysics*, **46**, 781-795.
- Sihvola, A. H., 1989. Self-Consistency aspects of dielectric mixing theories, *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, **27**, 403-415.

- Siliqi, R., 1994. Elaboration du traitement et interprétation d'une expérience de sismique réflexion 3D à l'échelle de la croûte dans les Pyrénées (ECORS 2.5D), *PhD Thesis*, Strasbourg, p. 245.
- Sirgue, L., 1997. Atténuation et dispersion des signaux EM Géoradar en milieu hétérogène. Rapport de stage de D.E.A., E.O.S.T., 30 pp.
- Smith, G., S., 1984. Directive properties of antennas for transmission into a material half-space, *IEEE Trans.*, **AP-32**, pp. 232-247.
- Smith, D., G. and Jol, M., H., 1995. Ground penetrating radar: antenna frequencies and maximum probable depths penetration in Quaternary sediments, *J. Appl. Geophys.*, **33**, 93-100.
- Stolt, R., 1978. Migration by Fourier transformation, *Geophysics*, **43**, 23-48.
- Stratton, J. A., 1941. *Electromagnetic Theory*, McGraw-Hill, New York.
- Strick, E. 1967. The determination of Q, dynamic viscosity and creep curves from wave propagation measurements, *Geophys. J. Roy. Astr. Soc.*, **13**, 197-218.
- Strick, E. 1970. A predicted pedestal effect for pulse propagation in constan-Q solids, *Geophysics*, **35**, 387-403.
- Strick, E. 1971. An explanation of observed time discrepancies between continuous and conventional well velocity surveys, *Geophysics*, **36**, 285-295.
- Sun, J., and Young, R., A., 1995. Recognising surface scattering in ground-penetrating radar data, *Geophysics*, **60**, 1378-1385.
- Szabo, Th., L., 1994. Time domain wave equation for lossy media obeying a frequency power law, *J. Acoust. Soc. Am.*, **96**, 491-500.
- Szabo, Th., L., 1995. Causal theories and data for acoustic attenuation obeying a frequency power law, *J. Acoust. Soc. Am.*, **27**, 14-24.
- Taherian M. R., Kenyon, W. E. & Safinya, K. A., 1990. Measurement of dielectric response of water-saturated rocks, *Geophysics*, **55**, 1530-1541.
- Tillard S., 1991. Evaluation des performances de la technique radar en prospection géophysique, *PhD Thesis*, Université Louis Pasteur, Strasbourg.
- Tillard S., 1994. Radar experiments in isotropic and anisotropic geological formations (granite and schists), *Geophys. Prosp.*, **42**, 615-636.
- Tonn, R., 1991. The determination of the seismic quality factor Q from VSP data: a comparison of different computational methods, *Geophys. Prosp.*, **39**, 1-27.
- Turner, G., 1994. Subsurface radar propagation deconvolution, *Geophysics*, **59**, 215-223.
- Turner, G. & Siggins, A., 1994. Constant Q attenuation of subsurface radar pulses, *Geophysics*, **59**, 1192-1200.
- Van Overmmeren, R., A., 1994. Georadar for hydrology. *First Break*, vol **12**, 401-408
- Wang, J. R. and Schmugge, T. J., 1980. An empirical model for the complex dielectric permittivity of soils as a function of water content, *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, **GE-18**, 288-295.
- Ward, S. H., and Hohmann, G., W., 1988. Electromagnetic Theory for Geophysical Applications, in Nabighian, M. N., Ed., *Electromagnetic methods in applied geophysics*, Vol. **1**, 131-311: Soc. Expl. Geophys.
- Weaver R., L. and Pao, Y., H., 1981. Dispersion relation for linear wave propagation in homogeneous and inhomogeneous media, *J. Math. Phys.*, **22**, 1909-1918.

Appendice A

Relation de dispersion dans le cas d'un milieu où l'absorption obéit à une loi de puissance en fréquence ($|\omega|^\gamma$).

Considérons une fonction de transfert du type:

$$H(\omega) = A(\omega)\exp[i\theta(\omega)] = \exp(ikz) = \exp(-\alpha z)\exp(i\beta z) \quad (A1)$$

avec $A(\omega)$ et $\theta(\omega)$ réelles et $A(\omega)$ ne doit pas être de valeur entièrement nulle ($A(\omega) \geq 0$). Pour des fonctions de transfert du type (A1), le théorème de Paley-Wiener (1935) indique que le logarithme de l'amplitude $A(\omega)$ doit satisfaire la condition :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|\ln A(\omega)|}{(1 + \omega^2)} d\omega = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|\alpha(\omega)|}{(1 + \omega^2)} d\omega < \infty \quad (A2)$$

et $A(\omega)$ doit être de carré sommable afin que sa TF inverse soit causale (Papoulis, 1962). Dans ces conditions non seulement le logarithme d'amplitude ($\ln[A(\omega)]$) et la phase ($\theta(\omega)$) d'une fonction de transfert sont reliés par la Transformée de Hilbert (TH), mais également les parties réelle et imaginaire ($\beta(\omega)$ et $\alpha(\omega)$) du nombre d'onde complexe (Brennan et Smylie, 1981).

Nous allons utiliser le critère (A2) afin de trouver une classe de fonctions $\alpha(\omega)$ pour lesquelles la TH existe. L'intégrale en (A2) est convergente si :

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \frac{|\alpha(\omega)|}{\omega} = 0 \quad (A3)$$

Prenons l'atténuation $\alpha(\omega)$ une fonction de puissance de la fréquence comme suit:

$$\alpha(\omega) = B|\omega|^\gamma \quad (A4)$$

où B et γ sont deux constantes positives. La condition (A3) implique que γ doit être strictement inférieure à 1 ($0 \leq \gamma < 1$). Pour des fonctions $\alpha(\omega)$ du type (A4) avec $\gamma < 1$, la vitesse de phase $V(\omega)$ et l'atténuation $\alpha(\omega)$ sont reliées par la relation:

$$\frac{\omega}{V(\omega)} - \frac{\omega}{V_\infty} = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\alpha(\omega_0)}{\omega - \omega_0} d\omega_0 = H[\alpha(\omega)] \quad (A5)$$

où V_∞ est la valeur limite de la vitesse de phase $V(\omega)$ lorsque $\omega \rightarrow \infty$, et $H[\alpha(\omega)]$ est la

transformée de Hilbert de l'atténuation $\alpha(\omega)$ donnée par:

$$H[\alpha(\omega)] = H\left[B|\omega|^\gamma\right] = B \tan\left(\frac{\gamma\pi}{2}\right) |\omega|^\gamma \quad (A6)$$

Si nous ne considérons que les fréquences positives, la relation de dispersion (A5) devient:

$$\frac{1}{V(\omega)} = \frac{1}{V_\infty} + B \tan\left(\frac{\gamma\pi}{2}\right) \omega^{\gamma-1} \quad (A7)$$

Pour $1/V_\infty = 0$, $B = V_r \tan[(\pi(1-\gamma)/2)]/\omega_r^{\gamma-1}$ et avec $\gamma = (n+1)/2$ nous trouvons exactement la même relation de dispersion que celle trouvée dans l'équation (18) au Chapitre 1 :

$$V(\omega) = V_r \left(\frac{\omega}{\omega_r}\right)^{\frac{1-n}{2}} \quad (A8)$$

Les relations (A4) et (A7) ont aussi été employées par Strick (1967, 1970, 1971), Kalinin et al. (1967) et Azimi et al. (1968) avec $\gamma < 1$ proche de l'unité, afin de modéliser un milieu à Q constant dans le cas des pertes mécanique pour les solides. Kalinin et al. (1967) et Azimi et al. (1968) ont aussi utilisé des fonctions $\alpha(\omega)$ de la forme $\alpha_0\omega/(1 + \alpha_1\omega)$ avec $\alpha_1\omega \ll 1$ (voir aussi Aki et Richards, 1980) dans le cas d'un modèle à Q constant et de la forme $\alpha_0\omega^2/(1 + \alpha_1\omega^2)$ avec $\alpha_1\omega^2 \ll 1$ afin de produire un modèle où Q varie linéairement avec la fréquence.

Appendice B

Relation de dispersion dans le cas d'un milieu peu absorbant ($n \approx 1$)

Considérons une fois encore les relations (13) et (17) trouvées au Chapitre 1:

$$\frac{\varepsilon''}{\varepsilon'} = \tan\left[\frac{\pi}{2}(1-n)\right] = \frac{1}{Q} \quad (B1)$$

$$k = \frac{\omega}{V_r} \left(\frac{\omega}{\omega_r}\right)^{\frac{n-1}{2}} \left\{ 1 + i \tan\left[\frac{\pi}{4}(1-n)\right] \right\} \quad (B2)$$

En utilisant l'approximation de Kjartansson (1979) pour des petites valeurs de $1-n$ ($n \approx 1$, c.à.d. grande valeur de Q ou une atténuation faible, voir équation B1), les tangentes dans (B1) et (B2) peuvent être remplacées par leurs arguments, c.à.d. $1-n \approx 2/(\pi Q)$ et $\tan[\pi(1-n)/4] \approx \pi(1-n)/4 \approx 1/2Q$. En appliquant le développement en série de Maclaurin, nous pouvons écrire $(\omega/\omega_r)^{(n-1)/2}$ dans l'équation (B2) comme:

$$\left(\frac{\omega}{\omega_r}\right)^{\frac{n-1}{2}} \approx \left(\frac{\omega}{\omega_r}\right)^{-\frac{1}{\pi Q}} = 1 - \frac{1}{\pi Q} \ln\left(\frac{\omega}{\omega_r}\right) + \frac{1}{2!} \left[\frac{1}{\pi Q} \ln\left(\frac{\omega}{\omega_r}\right) \right]^2 - \dots \quad (B3)$$

En remplaçant cette approximation dans l'équation (B2), et en négligeant tous les termes d'ordre supérieure ou égale à deux en $1/Q$, elle devient :

$$k = \frac{\omega}{V_r} \left[1 - \frac{1}{\pi Q} \ln\left(\frac{\omega}{\omega_r}\right) + i \frac{1}{2Q} \right] \quad (B4)$$

En écrivant le nombre d'onde complexe comme: $k = \beta + i\alpha$, où $\beta = \omega/V(\omega)$, avec $V(\omega)$ la vitesse de phase et α le coefficient d'absorption, et en comparant cette définition de k avec l'équation (B4), nous trouvons:

$$\frac{1}{V(\omega)} = \frac{1}{V_r} \left[1 - \frac{1}{\pi Q} \ln\left(\frac{\omega}{\omega_r}\right) \right] \quad (B5)$$

et

$$\alpha = \frac{\omega}{2V_r Q} \quad (B6)$$

L'équation (B5) est exactement la même relation de dispersion trouvée par Futterman (1962), Azimi *et al.* (1968), Kanamori & Anderson (1977) et Kjartansson (1979) dans le cas des pertes mécaniques pour un milieu à Q constant et peu absorbant.

Des études expérimentales (Noon *et al.*, 1996; 1998) ont montré qu'une relation linéaire (comme dans l'équation B6) existe entre l'atténuation électromagnétique et la fréquence dans le cas des pertes diélectriques pour un milieu peu absorbant. Turner et Siggins (1994) ont trouvé empiriquement que le coefficient de l'absorption α est donné par la sommation d'une valeur constante (α_0) avec un autre terme qui est proportionnel à la fréquence et qui dépend d'un nouveau paramètre Q^* . Ce dernier paramètre est égal à Q lorsque $\alpha_0 = 0$.

Appendice C

Modèle de Jonscher ($n \approx 1$)

En ajoutant la permittivité à la fréquence infinie ε_∞ dans l'équation (11), elle devient :

$$\varepsilon(\omega) - \varepsilon_\infty = \varepsilon' - \varepsilon_\infty + i\varepsilon'' = \varepsilon_r \left(-i \frac{\omega}{\omega_r} \right)^{n-1} \quad (C1)$$

avec $0 < n < 1$, et ω_r , ε_r sont deux constantes. En considérant que les fréquences positives, nous trouvons :

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_r \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right)^{n-1} \cos \left[\frac{\pi}{2} (1-n) \right] + \varepsilon_\infty + i \varepsilon_r \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right)^{n-1} \sin \left[\frac{\pi}{2} (1-n) \right] \quad (C2)$$

En utilisant la définition du facteur de qualité Q donnée par l'équation (5) du Chapitre 1 nous avons :

$$\frac{\varepsilon''}{\varepsilon'} = \frac{\varepsilon_r \sin \left[\frac{\pi}{2} (1-n) \right] \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right)^{n-1}}{\varepsilon_r \cos \left[\frac{\pi}{2} (1-n) \right] \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right)^{n-1} + \varepsilon_\infty} = \frac{1}{Q(\omega)} \quad (C3)$$

Cette équation montre que Q dépend de la fréquence, par conséquent l'équation (C3) décrit un modèles à Q dépendant de la fréquence. Définissons maintenant un facteur de qualité constant Q_0 comme suit :

$$\frac{1}{Q_0} = \left(\frac{\varepsilon''}{\varepsilon' - \varepsilon_\infty} = \tan \left[\frac{\pi}{2} (1-n) \right] \right) \quad (C4)$$

et en notant $\varepsilon_r^0 = \varepsilon_r \cos[(1-n)\pi/2]$, l'équation (C3) devient:

$$\frac{1}{Q(\omega)} = \frac{\varepsilon_r^0 \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right)^{n-1}}{Q_0 \left[\varepsilon_r^0 \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right)^{n-1} + \varepsilon_\infty \right]} \quad (C5)$$

En remplaçant $Q(\omega)$ dans l'équation (C2), on trouve:

$$\varepsilon(\omega) = \left[\varepsilon_r^0 \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right)^{n-1} + \varepsilon_\infty \right] \left(1 + \frac{i}{Q(\omega)} \right) \quad (C6)$$

En utilisant la définition du nombre d'onde k donnée par l'équation (4) (ou 15) du Chapitre 1, nous obtenons :

$$k(\omega) = \omega \left[\mu \varepsilon_r^0 \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right)^{n-1} + \mu \varepsilon_\infty \right]^{1/2} \left(1 + \frac{i}{Q(\omega)} \right)^{1/2} \quad (C7)$$

Pour $n \approx 1$ (c.à.d. grande valeur de Q_0 , voir équation C4), nous pouvons négliger la dépendance en fréquence du facteur de qualité Q , par conséquent (C5) peut s'écrire comme suit :

$$\frac{1}{Q_{\text{eff}}} = \frac{\varepsilon_r^0}{Q_0(\varepsilon_r^0 + \varepsilon_\infty)} = \frac{\varepsilon_r^0}{\tan\left(\frac{n\pi}{2}\right)(\varepsilon_r^0 + \varepsilon_\infty)} \quad (C8)$$

Nous remarquons ici que le facteur de qualité Q_{eff} est constant et proportionnel à celui défini dans l'équation (13) du Chapitre 1 (ou C4). La constante de proportionnalité est de $(\varepsilon_r^0 + \varepsilon_\infty)/\varepsilon_r^0$. Dans cette situation ($n \approx 1$), nous utilisons la même approximation que nous avons utilisée dans l'*Appendice B*, c.à.d. la tangente dans (C4) est remplacée par son argument ($1-n \approx 2/(\pi Q_0)$), et le terme $(\omega/\omega_r)^{n-1}$ dans l'équation (C7) s'écrit comme suit :

$$\left(\frac{\omega}{\omega_r} \right)^{n-1} \approx \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right)^{-\frac{2}{\pi Q_0}} = 1 - \frac{2}{\pi Q_0} \ln\left(\frac{\omega}{\omega_r}\right) + \frac{1}{2!} \left[\frac{2}{\pi Q_0} \ln\left(\frac{\omega}{\omega_r}\right) \right]^2 - \dots \quad (C9)$$

En remplaçant (C8), (C9) dans l'équation (C7), en négligeant tous les termes d'ordre supérieure ou égale à deux en $1/Q_0$, et en utilisant le développement à deux termes de la racine carrée dans l'équation (C7), elle devient :

$$k(\omega) = \frac{\omega}{V_r} \left[1 - \frac{1}{\pi Q_{\text{eff}}} \ln\left(\frac{\omega}{\omega_r}\right) + i \frac{1}{2Q_{\text{eff}}} \right] \quad (C10)$$

où:

$$V_r = \frac{1}{\sqrt{\mu(\epsilon_r^0 + \epsilon_\infty)}} \quad (C11)$$

En écrivant le nombre d'onde comme : $k=\beta+i\alpha$, et en le comparant avec l'équation (C10), nous trouvons :

$$\frac{1}{V(\omega)} = \frac{1}{V_r} \left[1 - \frac{1}{\pi Q_{\text{eff}}} \ln\left(\frac{\omega}{\omega_r}\right) \right] \quad (C12)$$

et,

$$\alpha = \frac{\omega}{2V_r Q_{\text{eff}}} \quad (C13)$$

L'équation (C12) est exactement la même relation de dispersion trouvée en (B5), mais avec un facteur de qualité effectif Q_{eff} et non $Q_0 = \tan(n\pi/2)$, comme dans le cas des équations (C4) ou (B1). Donc, pour des grandes valeurs de Q_0 ($n \approx 1$) le nombre d'onde donné par l'équation (C10) décrit un modèle à Q constant (indépendant de la fréquence), comme c'est le cas de l'équation B4.



figure 30: Après avoir terminé une acquisition Radar sous le soleil brûlant du désert du Tchad (site KT12) l'équipe mérite sa pose. De gauche à droite: Ph. Durringer; M. Bano et J. F. Ghienne (photo de M. Schuster, janvier 1999).

Q-Phase Compensation of Seismic Records in the Frequency Domain

by Maksim Bano

Abstract The attenuation process acts as a low-pass filter that attenuates the high frequencies (absorption) of the signal spectrum and also changes the phase of the seismic wavelet (dispersion). Seismic frequency losses are usually recovered according to an appropriate processing technique (such as deterministic or statistical deconvolution methods), while phase distortions are generally disregarded. Therefore, accurate processing of seismic data requires a careful investigation of the relationship between absorption and phase.

In this article, a procedure is presented to accomplish this goal. To account for anelastic losses, a complex power function of frequency for the phase velocity is introduced into the one-way wave-field equation in 1D. The compensation, for both effects (absorption and dispersion) described here, is analyzed in the context of wave-field extrapolation in one dimension 1D, equivalent to that in the f - k domain as phase-shift and/or Stolt migration. The phase-only inverse Q filtering works in the frequency domain. It provides for dispersion according to a constant- Q (frequency-independent) model and is valid for any positive value of Q . The extension of this algorithm for a Q depth-variable model is also shown. The amplitude compensation is accomplished through the use of a standard statistical approach. Synthetic and real data are shown to illustrate both amplitude and phase inverse Q filtering of seismic reflection records.

Introduction

One of the basic limitations of the conventional deconvolution method in seismic data processing is the stationarity of the source waveform. In reality, the propagating pulse changes as it travels through the subsurface; i.e., the seismic wavelet is not stationary. Attenuation of higher frequencies (absorption) and the distortion of wavelet phase (dispersion) increase as the wavelet travels through the subsurface. To account for nonstationarity, both effects (absorption and dispersion due to anelastic losses) must be taken into account in the wavelet processing of seismic data.

In recent years, different kinds of approaches to this problem have allowed the development of some algorithms. Angeleri and Loinger (1984) developed a technique that includes the phase distortion recovery in wavelet processing. Their algorithm provides for absorption according to an exponential decay of amplitude with distance, in which a complex velocity is assumed. Hargreaves and Calvert (1991) have been the first to see the inverse Q filtering as a downward continuation process of the wave field in one dimension (1D). Their approach includes the Stolt (1978) migration concept and leads essentially to an algorithm that is similar to that of Robinson (1979). In order to model for attenuation, Varela *et al.* (1993) used another approach and modified Hale's (1982) algorithm in such a way that the treatment of phase is compatible with Futterman's (1962) dispersive model.

We use the constant (frequency-independent) Q model (Kjartansson, 1979) to compensate for the effects of attenuation. Absorption is introduced by taking an imaginary part of the phase velocity, while the dependence of phase velocity on frequency introduces the dispersion. This approach accounts only for anelastic losses and not for losses due to scattering. The compensation for dispersion described here is analyzed in the context of wave-field extrapolation in 1D. It works in frequency domain according to any constant- Q model and is a special case of the algorithm presented by Hargreaves and Calvert (1991). This algorithm is easily extended to a recursive inverse Q -phase filtering, which accounts for a Q depth-variable structure, horizontally stratified. The amplitude compensation is accomplished through the use of time-variant spectral whitening. Finally, some applications to synthetic and real data are shown to illustrate both amplitude and phase inverse Q filtering of seismic reflection records.

Inverse Q Filtering via Downward Continuation

The attenuation is a physical process that is described by the wave equation, so it may be seen in the context of downward continuation of wave field, as shown by Hargreaves and Calvert (1991), whose development, but explic-

itly in a particular case, we follow below. Starting from the 5° migration equation (see Clearbout, 1985),

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{1}{V_0} \frac{\partial p}{\partial t}, \quad (1)$$

Where V_0 is a real constant phase velocity and $p(t, x, z)$, is the wave field. To find the extrapolated wave field in 1D at any depth Δz , one may use the following expression (Gazdag, 1978):

$$P(\omega, x, \Delta z) = P(\omega, x, 0) \exp(ik_z 2\Delta z), \quad (2)$$

where $k_z = -\omega/V_0$ is the wavenumber and the wave field P is expressed as a function of the Fourier transform variable ω , the spatial variable x , and the increment depth Δz . For a medium of constant velocity V_0 (real constant), the waves controlled by equation (2) do not change in form during the propagation from one depth to another. In reality, for an anelastic medium, the waves change in form because of the attenuation. The anelastic attenuation causes a loss of high-frequency energy with increasing travel time (absorption) and also a distortion of wavelet phase due to the dependence of phase velocity on frequency (dispersion). The high-frequency components travel with a higher velocity. Accounting for attenuation, the wavenumber k_z is, in general, complex. Strick (1967) was the first to consider a complex power law for k_z . Both effects (absorption and dispersion) are introduced in equation (1) by making the velocity a complex power function of frequency (Kjartansson, 1979):

$$V(\omega) = V_0 \left(-i \frac{\omega}{\omega_r} \right)^\gamma, \quad (3)$$

where $\omega_r = 2\pi f_r$ with f_r the reference frequency, V_0 is the phase velocity at $Q = \infty$ and is related to V_r , the phase velocity at ω_r by $V_r = V_0/\cos(\pi\gamma/2)$. The imaginary part of equation (3) introduces the absorption, while the dependence of the phase velocity on frequency introduces the dispersion. The Q dependence in equation (3) is given by

$$\gamma = \frac{1}{\pi} \operatorname{atan} \left(\frac{1}{Q} \right). \quad (4)$$

Here $0 < \gamma < 1$, with $\gamma = 0$ corresponding to the case of no attenuation (i.e., loss-free wave propagation). The fact that the power law for attenuation (complex velocity) as defined in equation (3) is the same as constant- Q attenuation (frequency-independent) has been proved by Kjartansson (1979) from considerations of stress-strain relationships. It is important to note here that this approach accounts only for anelastic losses and not for losses due to scattering, for which the absorption-dispersion relationship could well be quite different. In this circumstance, introducing the complex velocity into the wavenumber k_z , and considering only the positive frequencies, it becomes

$$k_z = -\frac{\omega}{V_r} \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right)^{-\gamma} \left(1 + i \tan \frac{\pi\gamma}{2} \right). \quad (5)$$

The compensation for both effects (absorption and dispersion) is introduced respectively by the imaginary and real part of k_z . Hence, substituting equation (5) into equation (2), and changing depth Δz to its equivalent in time by $\Delta\tau = 2\Delta z/V_r$ (time frame determined by the velocity at the reference frequency), the solution of equation (1) will be written as follows:

$$P(\omega, x, \Delta\tau) = P(\omega, x, 0) \exp \left[\omega \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right)^{-\gamma} \tan \left(\frac{\pi\gamma}{2} \right) \Delta\tau \right] \exp \left[-i\omega \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right)^{-\gamma} \Delta\tau \right]. \quad (6)$$

The first exponential of this equation is the absorption term (amplitude term), while the second one is the propagation term (shift term) in which the dispersion is included by the term $(\omega/\omega_r)^{-\gamma}$. For any positive value of γ and for $\omega < \omega_r$, the term $(\omega/\omega_r)^{-\gamma}$ is greater than unity, while for $\omega > \omega_r$, it is smaller than unity. Consequently, the frequencies below ω_r are not shifted in the same way as the frequencies greater than ω_r , so the data are corrected to a reference time frame determined by the velocity at the reference frequency (see also Fig. 1 of Hargreaves and Calvert, 1991). At each depth, an inverse Fourier transform is followed by selection of its value at $t = 0$ (imaging condition), so all we need to calculate is only the Fourier transform at one point $t = 0$. Therefore, the inverse Q -filtered wave field $p(t = 0, x, \Delta\tau)$ is given by a simple summation of each frequency ω as follows:

$$p(t = 0, x, \Delta\tau) = \frac{1}{2\pi} \int P(\omega, x, \Delta\tau) d\omega. \quad (7)$$

By repeating the solution of equations (6) and (7) at each depth step $\Delta\tau$, one can compute the inverse Q -filtered wave field $p(t = 0, x, \tau)$. This algorithm that compensates for both absorption and dispersion is similar to the phase-shift migration. Forward or inverse compensation implies taking $\Delta\tau$ (in equation 6) as negative or positive, respectively.

A synthetic example of Q compensation, using equations (6) and (7), is presented in Figure 1. Five traces containing some events (Ricker wavelet with a dominant frequency of 20 Hz, consequently the bandwidth is nearly 40 Hz) with random noise superimposed (the range of the noise's frequency is 8 to 40 Hz) are shown in Figure 1a. The forward Q modeling and the inverse Q filtering, with $Q = 100$, are shown in 1b and 1c. The information that can be obtained from seismic data is limited by the signal bandwidth that can be extracted and by the signal-to-noise ratio. For a fixed value of Q , it follows from equation (5) that its imaginary part (which causes the absorption) is an unbounded function of ω . Consequently, the broadband inverse Q filtering given by equations (6) and (7) does not really

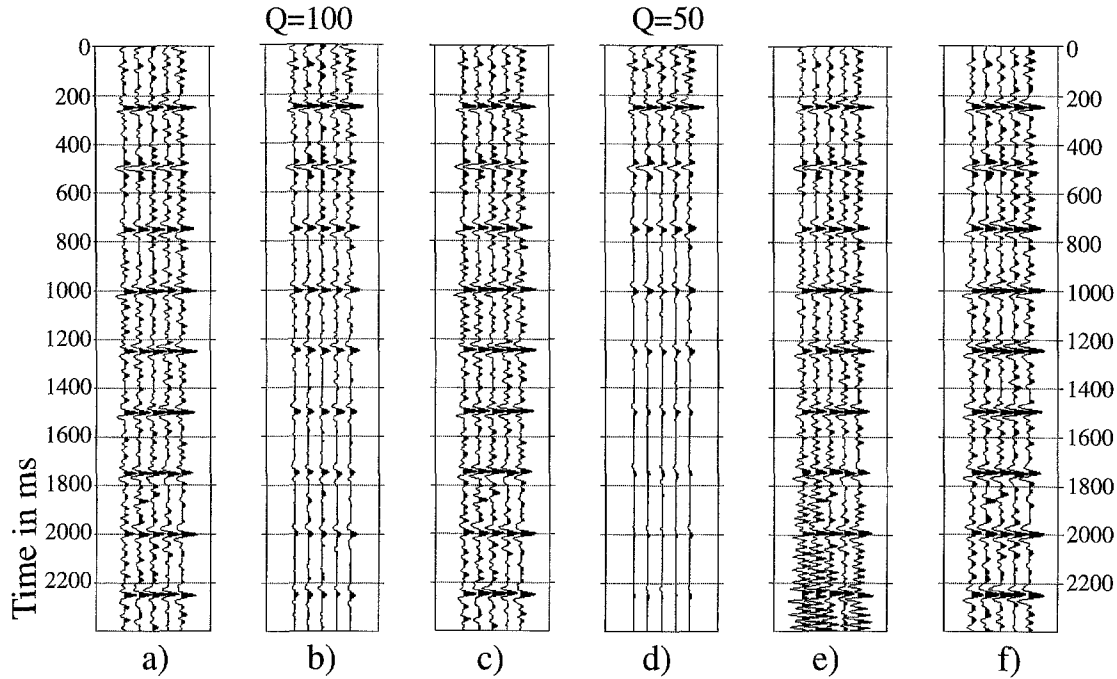


Figure 1. (a) Five synthetic traces (the signal is a Ricker wavelet of 20 Hz) with random noise (the range of the noise's frequency is 8 to 40 Hz). (b) Forward Q modeling with $Q = 100$. (c) Inverse Q filtering using equations (6) and (7). (d) Forward Q modeling with $Q = 50$. (e) Inverse Q filtering; the high-frequency noise is amplified near the bottom. (f) The same as in (e), but a taper is applied before returning to the time domain.

exist. In Figures 1d and 1e, we show the forward and inverse Q modeling for $Q = 50$. The high-frequency noise is amplified near the bottom of Figure 1e. For some data, the amplification of high-frequency noise may become a problem, particularly at late reflection times. The amplification at high frequency can be limited by setting $1/Q = 0$ after a certain reflection time (Gibson and Lerner, 1984). Bickel and Natarajan (1985) have shown that for a signal-to-noise ratio of 60 dB, the maximum of the time-bandwidth product (i.e., $f\tau$) that can be recovered is $2Q$. In our case, the bandwidth of 40 Hz can be recovered at a depth of $\tau = 2.5$ sec for $Q = 50$. In such a situation, a taper is needed before returning to the time domain (Fig. 1f). To obtain the maximum information from entire trace ($\tau > 2.5$ sec), we can take the k_z as in equation (5) for $f\tau < 2Q$ (or $\omega\tau < 4\pi Q$), and for $f\tau > 2Q$, we can clip the gain function (the imaginary part) in equation (5) as follows (see Bickel and Natarajan, 1985):

$$k_z = -\frac{\omega}{V_r} \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right)^{-\gamma} - i \frac{2\pi}{V_r \tau} f\tau > 2Q. \quad (5a)$$

In this case, a tapering function or a bandpass filter to cut off the high-frequency noise of the deep events needs to be applied. According to equation (5a), only the amplitude term is clipped, while the phase term (dispersion term) is not altered. Consequently, the data are still nonstationary because of the time-varying bandwidth resulting from the clipping of

the amplitude term, as in equation (5a). Equations (6) and (7) can be used also to do a time-varying Q compensation, as in phase-shift migration (Gazdag, 1978), but in the meantime, this method would overamplify high-frequency noise at late time (see Fig. 1e).

Q -Phase Compensation via Downward Continuation

Instead of performing the compensation for absorption and dispersion simultaneously, as equations (6) and (7) do, we show another method, similar to Stolt (1978), which compensates only for the phase (dispersion). Considering a constant- Q model from the surface to the time depth τ , and by making the following change of variable in equation (6),

$$\Omega = \omega \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right)^{-\gamma}, \quad (8)$$

the combination of equations (6) and (7) gives

$$p(t = 0, x, \tau) = \frac{1}{2\pi} \int P(\omega(\Omega), x, 0) \frac{d\omega}{d\Omega} \exp(-i\Omega\tau) \exp\left(\Omega\tau \tan \frac{\pi\gamma}{2}\right) d\Omega. \quad (9)$$

Equation (9) is a special case of the general relationship (8)

derived by Hargreaves and Calvert (1991). From equation (8), one can easily find

$$\omega = \omega_r \left(\frac{\Omega}{\omega_r} \right)^{1/(1-\gamma)}. \quad (10)$$

The scale factor $d\omega/d\Omega$ (Jacobian) is calculated from equations (10) and (8):

$$\frac{d\omega}{d\Omega} = \frac{1}{(1-\gamma)} \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right)^\gamma \quad (11)$$

Substituting equations (10) and (11) into equation (9), and ignoring the second exponential (the amplitude effect of Q), one obtains

$$p(t=0, x, \tau) = \frac{1}{2\pi} \int P(\omega(\Omega), x, 0) \frac{1}{(1-\gamma)} \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right)^\gamma \exp(-i\Omega\tau) d\Omega. \quad (12)$$

Equation (12) is a one-dimensional inverse Fourier transform in the new frequency variable Ω . The fact that the amplitude effect of Q (second exponential) in equation (9) is neglected implies that equation (12) compensates only for the dispersion. The most important step of this algorithm is the interpolation given by equation (10). Interpolation is the way one converts from a uniform mesh in ω to a uniform mesh in Ω . The implementation of equation (12) is done by using a sinc interpolation (see Rosenbaum and Boudreaux, 1981; Robinson, 1982; or Harlan, 1982).

An example of this method is shown in Figure 2. The forward-only Q -phase modeling and its Q inverse are presented in Figures 2a and 2b, with $Q = 30$. Each event becomes a symmetric zero-phase signal centered to a reference time frame determined by the velocity at the reference frequency ($\tau = 2z/V_r$). The reference frequency for the inverse Q -phase filter is chosen to be the dominant frequency of the ricker (i.e., 20 Hz). In Figures 2c and 2d, we show an expanded view of the wavelet at 2 sec before and after Q -phase compensation. The wavelet in Figure 2c is a mixed-phase wavelet because of the dispersion effect, while the one in Figure 2d is zero phase and arrives as expected at 2 sec.

Recursive Q -Phase Compensation

Equation (12) offers a very efficient way of producing a seismic image compensated for dispersion (equivalent to Stolt migration). Although very efficient, this method assumes that subsurface quality factors (Q) are constant. However, subsurface quality factors usually vary significantly, particularly with depth. A depth-variable structure in a horizontally earth can be compensated for dispersion by combining equation (12) with a recursive downward extrapolation for a series of constant Q (as in recursive migration; Kim *et al.*, 1989).

We assume a three-layered model where each layer has a respective constant quality factor: Q_1 , Q_2 and Q_3 (γ_1 , γ_2 and γ_3). A schematic representation is given in Figure 3. The two-way travel times from the surface to the bottom of each layer are respectively τ_1 , τ_2 , and τ_3 . In this case, one can employ equation (12) for each layer, and then the seismic data must be downward extrapolated to the bottom of each layer to apply equation (12) for the next layer. Since the data have already been transformed into frequency domain [$P(\omega, x, 0)$], the downward extrapolation can be easily done by multiplying each Fourier component with the extrapolation operator $\exp[-i\Omega(\gamma)\tau]$. This is illustrated in Figure 4, where the forward Q -phase modeling, corresponding to the Q model in 4b, is shown in Figure 4c. For a three-layered model, first the transformed data $P(\omega, x, 0)$ at the surface are mapped onto the image $p(x, \tau)$ by applying equation (12) with the quality factor of the first layer Q_1 (γ_1). Since this image is valid only down to τ_1 , the two-way vertical travel time of the first layer, we hold only the compensated data down to τ_1 (Fig. 4d). Next, the uncompensated transforms $P(\omega, x, 0)$ are downward extrapolated with Q_1 (multiplying by $\exp[-i\Omega(\gamma_1)\tau_1]$, Ω is related to γ according to equation 8) to the top of the second layer to obtain the downward extrapolated uncompensated transforms $P(\omega, x, \tau_1)$. These transforms are mapped onto the image with the quality factor of the second layer Q_2 (γ_2), and the image between τ_1 and τ_2 is kept for the second layer (Fig. 4e). Repeating the same process, i.e., multiplying by $\exp[-i\Omega(\gamma_2)(\tau_2 - \tau_1)]$, the shifted uncompensated transforms $P(\omega, x, \tau_1)$ to obtain the extrapolated uncompensated transforms $P(\omega, x, \tau_2)$, and mapping these latter with quality factor Q_3 (γ_3) leads to the dispersion compensated of the seismic image down to the bottom of the third layer (Fig. 4f). The trace in Figure 4f, compensated for the dispersion, is almost the same as the loss-free trace in Figure 4a.

This three-pass recursive algorithm can be extended to an arbitrary number of depth layers and is equivalent to the recursive migration approach of Kim *et al.* (1989) in which a depth-layered model with constant interval velocity is migrated by means of a recursive series of constant-velocity migrations. Remember here that a simple linear interpolation (reducing the frequency ω to the frequency Ω in equation 12) introduces some wraparounds in time domain that are not desirable when applying the Stolt method (Clearbout, 1985), and these wraparounds dominate everywhere in the lower half of the trace. However, for this recursive downward extrapolation, the simple linear interpolation works well, since only a small upper portion (less than one-third of the trace length) of the inverse Fourier transform is kept for the final image of a layer.

Hargreaves and Calvert (1991) used the cascaded inverse Q -filtering approach, as in the cascaded migration method derived by Larner and Beasley (1987). In such a situation, a sinc interpolation is absolutely necessary, because this algorithm works like the cascaded f - k migration of Beasley *et al.* (1988), which is rather a residual migration using Stolt's method.

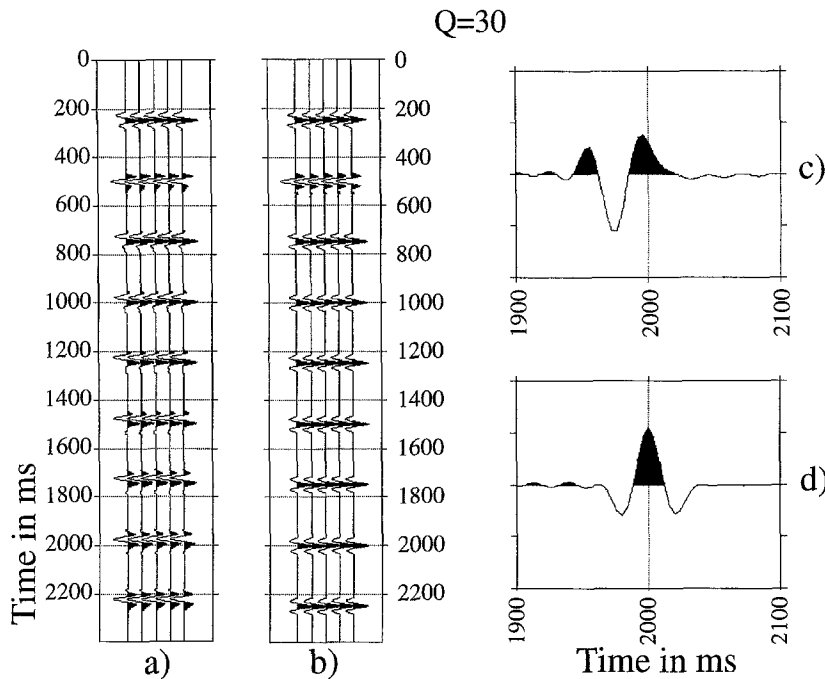


Figure 2. (a) Forward-only Q -phase modeling. (b) The Q only-phase inverse of (a), using equation (12). (c) and (d) An expanded view of the wavelet at 2 sec before and after Q -phase compensation.

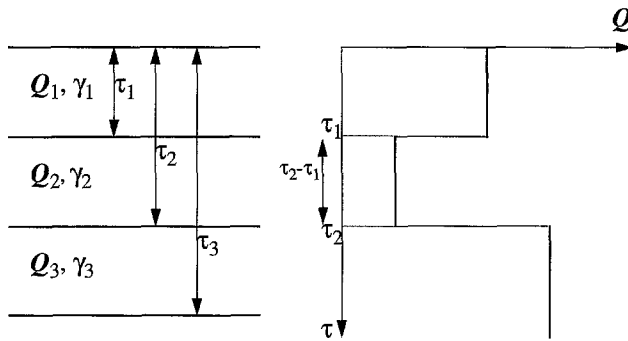


Figure 3. Schematic representation of a three-layered model. Each layer has a constant quality factor (Q_1 , Q_2 , Q_3), and the two-way travel times from the surface to the bottom of each layer are noted τ_1 , τ_2 , and τ_3 .

Time-Variant Spectral Whitening

So far, we have shown that the former algorithm is restricted to phase-only inverse Q filtering. It does nothing to the amplitude of the signal. However, an adequate treatment of the signal amplitude can be obtained by a time-variant spectral whitening (see Yilmaz, 1987; or Gibson, 1988). The forward Q (absorption and dispersion) modeling and its Q only-phase (dispersion) inverse are presented in Figures 5a and 5b, with $Q = 50$. Let us apply a series of narrow band-pass filters to the trace of Figure 5b. We calculate the envelopes of each filtered trace and smooth them to obtain some gain functions. In Figures 5c through 5e, we show the filtered trace superimposed respectively with each gain function. Figure 5c shows that the low frequencies have a lower decay rate than the moderate frequencies in Figure 5d. Likewise, the moderated frequencies in 5d have a lower decay

rate than the high frequencies in Figure 5e. It seems from these figures that the gain functions look something like an exponential gain. The inverses of these gain functions are applied to each frequency band, and the results are summed together (see Fig. 5f). The trace in Figure 5f, now compensated for both dispersion and absorption, is nearly the same as the loss-free trace in Figure 4a. From Figure 5f, we note that the time-variant spectral whitening (TVSW) has compensated for absorption and compressed the signal (flattening the amplitude spectrum).

It is important to note here that the TVSW correction of the real data is a function of the loss of high frequencies arising from both elastic and anelastic losses and is dependent on the data. Since this correction will be also affected by data noise, the gain functions of each narrow bandpass filter of the real data are clipped to 40 dB at late time. Therefore, the data are still nonstationary because of the time-varying band-limit process resulting from the clipping of the gain functions.

Gibson (1988) used a similar method to assess the amplitude decay rates (Q) for reflection, refraction, and local earthquake data recorded in California. He showed that an exponential model of amplitude decay, proposed by Aki and Chouet (1975), fits the three types of seismic data reasonably well. In order to compensate for attenuation distortion (amplitude compensation), Hargreaves and Calvert (1991) used a deterministic approach. They apply a windowed amplitude treatment to the data, and as pointed out by them, even after this processing, the data are still nonstationary, because of the time-varying change of bandwidth of the amplitude compensation operators.

So, as a conclusion, we can say that the amplitude compensation by a statistical or deterministic approach is a time-varying band-limited process because of the loss of certain

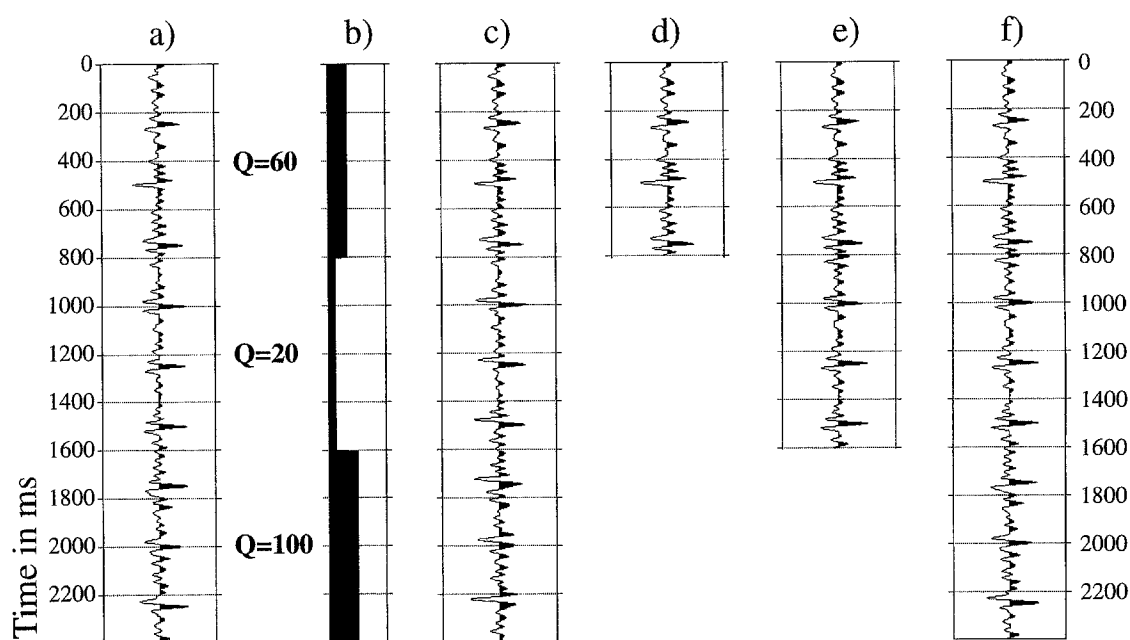


Figure 4. (a) Loss-free trace. (b) Three-layered Q model. (c) Forward-only Q -phase modeling. (d) Q inverse down to the bottom of the first layer, with $Q = 60$. (e) Downward continuation up to the top of the second layer (with $Q = 60$) and Q inverse down to the bottom of the second layer with $Q = 20$. (f) Downward continuation up to the top of the third layer (with $Q = 20$) and Q inverse down to the bottom of the third layer, with $Q = 100$ (see text).

Time-variant spectral whitening

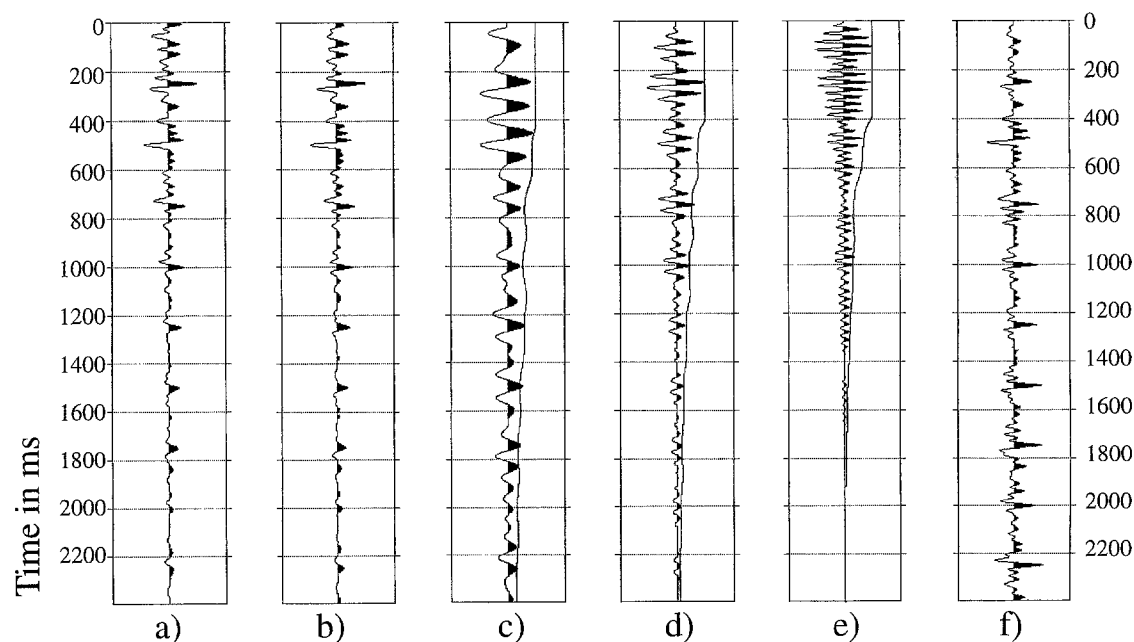


Figure 5. (a) and (b) The forward Q modeling and its Q only-phase (dispersion) inverse, with $Q = 50$. (c), (d), and (e) The filtered trace superimposed respectively with each gain function. (f) The inverse of these gain functions are applied to each frequency band, and the results are summed together.

frequencies, which have been attenuated beyond the level of the noise. Trying to use this part of the signal by amplifying the data would lead to an over amplification of the noise, which gives poor images.

Pyrenees Data Example

The data examples from Figures 6 to 7 are from the French Pyrenees. Figure 6a shows a shot point, between 1 and 3 sec, without any processing applied. We apply the recursive inverse Q -phase filtering (with $Q = 150$, $t = 1.0 - 2.2$ sec and $Q = 200$, $t = 2.2$ to 3 sec), and the TVSW with three narrow bandpass filters (between 5 and 45 Hz). The result of this processing is presented in Figure 6b. The reference frequency for the inverse Q -phase filter is taken to be in the center of seismic bandpass. Since the data bandwidth decreases with time, the reference frequency shifts up to lower frequencies. A constant value of 25 Hz for this frequency is chosen in this example. We note the strong reflections between 1.4 and 1.5 sec. Figure 7 is the same as Figure 6, but with an AGC of 800 msec applied. The reflections, in Figure 6b, are compressed and positioned close to original seismic travel times. By combining the recursive inverse Q -phase filtering with TVSW, we can expect to obtain more stable processing than by means of any deconvolution method. The gain functions are calculated for each

trace in a shot record, but a single gain function (by taking the median of all gain functions) is applied to all traces in a seismic record to preserve the relative amplitude variations in the lateral direction.

Conclusion

Inverse Q filtering is an important aspect of seismic data processing. Stochastic deconvolution methods that attempt to flatten the spectrum of seismic wavelet are not sufficient due to the nonstationarity of the wavelet associated with the propagating wave field. The complete solution of inverse Q filtering, based on wave-field extrapolation in 1D, requires much computer time and would overamplify high-frequency noise at late time.

The inverse Q -phase filtering we derive is valid for any positive value of Q and compensates only for the dispersion, according to a constant- Q model. This algorithm is then extended to a depth Q model. To obtain a full Q compensation (dispersion and amplitude) for a depth Q model, we combine the recursive inverse Q -phase filtering with the amplitude treatment by a statistical method (TVSW) that, as in the case of any deterministic method, is a time-varying band-limited method. So, even after this processing (amplitude compensation), the data are still nonstationary, but we can expect to obtain more stable processing than by means of any deconvolution method.

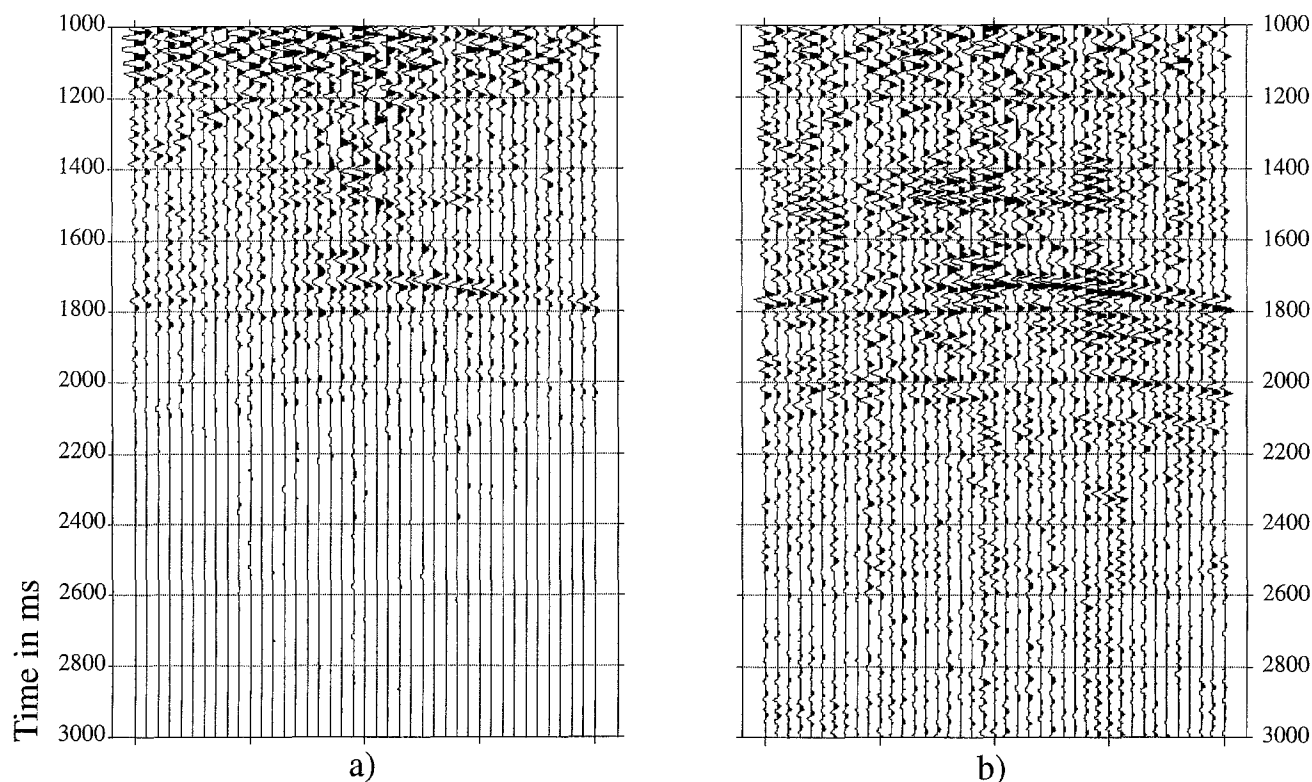


Figure 6. (a) Shot point from Pyrenees (between 1 and 3 sec) without any processing applied. (b) The same shot point, with recursive inverse Q -phase filtering (with $Q = 150$, $t = 1.0$ to 2.2 sec, and $Q = 200$, $t = 2.2$ to 3 sec) and TVSW applied.

AGC = 800 ms

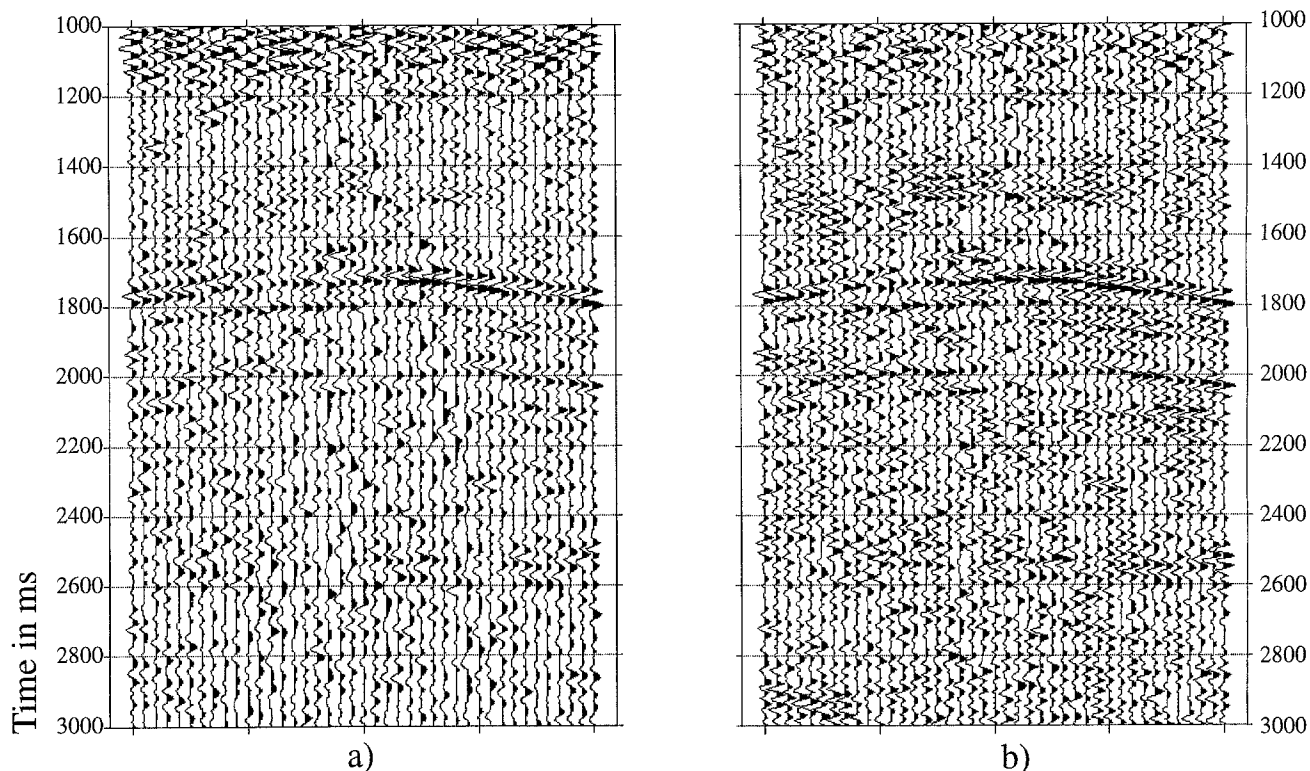


Figure 7. (a) and (b) The same as in Figure 6, but an AGC of 800 msec is applied.

Acknowledgments

During this work, I was supported by a Ministère de la Recherche et Technologie post-doc fellowship. I am particularly indebted to J. M. Marthelot and R. Schlich for accepting me to carry out a post-doc in the Laboratoire de Géophysique Marine. Numerous discussions with A. Bitri, especially in seismic imaging techniques, were very useful. I would also like to thank one reviewer (N. D. Hargreaves) for his helpful suggestions and comments, which are much appreciated.

References

- Aki, K. and B. Chouet (1975). Origin of coda waves: source attenuation and scattering effects, *J. Geophys. Res.* **80**, 3322–3342.
- Angeleri, G. P. and E. Loinger (1984). Phase distortion due to absorption in seismograms and VSP, *Geophys. Prospect.* **32**, 406–424.
- Beasley, C. J., W. Lynn, K. Larner, and H. Nguyen (1988). Cascaded f-k migration: removing the restrictions on depth-varying velocity, *Geophysics* **53**, 881–893.
- Bickel, S. H. and R. R. Natarajan (1985). Plane-wave Q deconvolution, *Geophysics* **50**, 1426–1439.
- Clearbout, J. F. (1985). *Imaging the Earth's Interior*, Blackwell Scientific Publications, Oxford.
- Futterman, W. I. (1962). Dispersive body waves, *J. Geophys. Res.* **67**, 5279–5291.
- Gazdag, J. (1978). Wave equation migration with phase-shift method, *Geophysics* **43**, 1342–1355.
- Gibson, B. S. and K. Larner (1984). Predictive deconvolution and zero-phase source, *Geophysics* **49**, 379–397.
- Gibson, B. S. (1988). Comparison of amplitude decay rates in reflection, refraction, and local earthquake records, *Pageoph* **128**, 309–331.
- Hale, D. (1982). Q-adaptive deconvolution, *Stanford Expl. Proj. (SEP)* **30**, 133–158.
- Harlan, W. (1982). Avoiding interpolation artifacts in Stolt migration, *Stanford Expl. Proj. (SEP)* **30**, 103–110.
- Hargreaves, N. D. and A. J. Calvert (1991). Inverse Q filtering by Fourier transform, *Geophysics* **56**, 519–527.
- Kim, Y. C., R. Gonzalez, and J. R. Berryhill (1989). Recursive wavenumber-frequency migration, *Geophysics* **54**, 319–329.
- Kjartansson, E. (1979). Constant Q-wave propagation and attenuation, *J. Geophys. Res.* **84**, 4737–4748.
- Larner, K. and C. Beasley (1987). Cascaded migration: improving the accuracy of finite-difference migration, *Geophysics* **52**, 618–643.
- Robinson, J. C. (1979). A technique for continuous representation of dispersion on seismic data, *Geophysics* **44**, 1345–1351.
- Robinson, J. C. (1982). Time-variable dispersion processing through the use of “phased” sinc functions, *Geophysics* **47**, 1106–1110.
- Rosenbaum, J. H. and G. F. Boudreaux (1981). Rapid convergence of some seismic processing algorithms, *Geophysics* **46**, 1667–1672.
- Stolt, R. (1978). Migration by Fourier transformation, *Geophysics* **43**, 23–48.
- Strick, E. (1967). The determination of Q, dynamic viscosity and creep curves from wave propagation measurements, *Geophys. J. R. Astr. Soc.* **13**, 197–218.
- Varela, C. L., A. L. R. Rosa, and T. J. Ulrych (1993). Modeling of attenuation and dispersion, *Geophysics* **58**, 1167–1173.
- Yilmaz, O. (1987). *Seismic Data Processing*, Ed. Society of Exploration Geophysicists.

Laboratoire Sismique et Tectonique
Ecole et Observatoire de Physique du Globe
5, rue René Descartes
67084 Strasbourg
Cedex, France

Constant dielectric losses of ground-penetrating radar waves

Maksim Bano

Laboratoire Sismique et Tectonique, EOPGS ULP (CNRS URA 323), 5 rue Descartes, 67084 Strasbourg Cedex, France

Accepted 1995 August 16. Received 1995 August 9; in original form 1995 January 11

SUMMARY

The attenuation of ground-penetrating radar (GPR) energy by the subsurface shifts the amplitude spectrum of the radar pulse to lower frequencies (absorption) with increasing traveltime and also causes a distortion of wavelet phase (dispersion). Accounting for dielectric losses (or attenuation), the permittivity is, in general, a complex quantity. Absorption is introduced via the imaginary part of dielectric permittivity, while the frequency dependence of the real part introduces the dispersion. The radar attenuation is characterized by the quality factor Q , which is a measure of the energy stored to the energy lost per radian and can be estimated from the ratio of the real to imaginary parts of permittivity.

In order to model for both effects of attenuation (absorption and dispersion), a complex power law of frequency for dielectric permittivity is introduced into the wavenumber. We also show that this approach corresponds to a constant- Q model, and is valid for any positive value of Q . Using this wavenumber we propagate the radar pulse to find theoretical deformed pulses transmitted at any distance. By comparing the theoretical synthetic data with the real radar transmission data, we can obtain the quality factor Q . Real radar data transmitted (and recorded) into granite and salt are shown to illustrate the reliability of the proposed method.

Key words: absorption, attenuation.

INTRODUCTION

The dielectric loss or attenuation of radar waves is of great interest in the analysis of radar transmission data for two reasons. First, the dielectric loss can be regarded as a perturbation of radar waves, which must be eliminated by inverse Q -filters. Hence, the problem of determining Q reliably remains. Second, attenuation is another parameter that can be used for lithological interpretation apart from velocity.

The radar attenuation is closely related to the dielectric permittivity of the medium, which is, in general, a complex quantity showing a frequency dependence. Q is a measure of the ratio of energy stored to the energy dissipated per radian, and can be estimated from the ratio of the real to the imaginary parts of the permittivity. When the real and imaginary parts of the permittivity do not follow similar trends in frequency, the model is assumed to be Q -frequency-dependent. The case where the real and imaginary parts of the permittivity show the same dependence on frequency corresponds to a constant- Q model. There are several commonly accepted functions which successfully describe the frequency dependence of permittivity in solids. The most common of these are the Cole–Cole (Cole & Cole 1941), Cole–Davidson (Davidson & Cole 1951), and the ‘universal’ power-law (Joncscher 1977, 1978) functions. Examples of studies showing the behaviour of

one or other of these functions in saturated rocks are given by Locker & Byerlee (1985), Knight & Nur (1987) and Taherian, Kenyon & Safinya (1990).

In order to model for dielectric losses (or radar attenuation) we consider a complex power function of frequency for the dielectric permittivity. We show that this dielectric response corresponds to a constant- Q model and is in complete harmony with the ‘universal’ law of Joncscher (1977). A similar expression for the elastic modulus is used by Kjartansson (1979) for the case of mechanical losses. Our approach is justified by the similar trends of the dielectric and mechanical responses (McCall 1969; Joncscher 1977). After introducing the dielectric response into the wavenumber, we propose a propagation method to model the theoretical attenuated data. Then, by comparing the theoretical synthetic data with the observed transmitted data, we can determine the quality factor Q . This technique is similar to the wavelet modelling proposed by Janssen, Voss & Theelin (1985). Examples of synthetic and real radar transmission data in granite and salt will be shown in order to illustrate the determination of the quality factor in saturated rocks.

DEFINITIONS

Throughout this paper we will use the total complex dielectric permittivity defined as $\epsilon = \epsilon' + i\epsilon''$, where ϵ' and ϵ'' are its real

and imaginary parts, respectively, and are measured in laboratory tests. When a sample is subjected to an electric field of the form $E = \exp(-i\omega t)$, then a total current of density J_T will, in general, flow in the sample (see Guéguen & Palciauskas 1992, p. 226):

$$J_T = \varepsilon \frac{\partial E}{\partial t} = -i\omega \varepsilon E = (\omega \varepsilon'' - i\omega \varepsilon') E, \quad (1)$$

where $i = (-1)^{1/2}$, ω is the angular frequency, and t is the time. Here we do not make any distinction concerning the mode of current flow, i.e. between conduction and displacement currents. This latter convention can be found in Olhoft (1980).

The radar attenuation is commonly characterized by the loss tangent $\tan \delta$, and, in a similar manner to the seismic case attenuation, it is related to the dissipation factor or quality factor Q by

$$\tan \delta = \frac{\varepsilon''}{\varepsilon'} = \frac{1}{Q}, \quad (2)$$

where δ determines the phase angle ϕ between the total current density J_T and electric field E (the phase angle is given by $\phi = \delta - \pi/2$). When the real and imaginary parts of permittivity follow exactly the same trends in frequency, the model is assumed to be a constant- Q model. The case where the real and imaginary parts of permittivity do not show the same dependence on frequency corresponds to a frequency-dependent- Q model.

FREQUENCY-DEPENDENT MODELS

The classical dipolar response of Debye (1929) has frequently been used to describe the dielectric dispersion in a system with a single relaxation time:

$$\varepsilon(\omega) - \varepsilon_\infty \sim \frac{1}{1 - i\omega\tau} = \frac{1}{1 + (\omega\tau)^2} + i \frac{\omega\tau}{1 + (\omega\tau)^2} \quad (3)$$

where τ is the relaxation time, $\omega_p = 1/\tau$ is the peak loss frequency corresponding to the maximum in ε'' , and ε_∞ is the real part of $\varepsilon(\omega)$ at infinite frequency. However, many materials, including rocks, deviate from Debye behaviour, suggesting the presence of a distribution of relaxation times. Examples of studies showing the non-Debye behaviour of rocks are given by Locker & Byerlee (1985), Knight & Nur (1987) and Taherian *et al.* (1990).

In order to fit the observed deviations from the Debye equation and to model a distribution of relaxation times, some other empirical expressions are proposed. The most commonly used are the Cole–Cole expression (Cole & Cole 1941), the Cole–Davidson, and the combined Cole–Cole and Cole–Davidson expressions (Davidson & Cole 1951). An interesting feature of these empirical relations is that at frequencies far from the peak loss frequency (ω_p) both $\varepsilon' - \varepsilon_\infty$ and ε'' show the same power-law dependence on frequency, which led Jonscher (1977) to define this power-law dependence as the ‘universal’ dielectric response. For a more complete comparison of various dielectric susceptibility functions, refer to Hill & Jonscher (1983). According to Jonscher’s dielectric response, the imaginary and real parts of permittivity are given by (see Fig. 1a)

$$\varepsilon''(\omega) \sim \varepsilon'(\omega) - \varepsilon_\infty \sim \omega^{n-1} \quad \text{for } \omega > \omega_p \quad (4)$$

with $0 < n < 1$. The case of classical dipolar response modified by the experimental measurements is presented in Fig. 1(a). A consequence of eq. (4) is that the ratio $\varepsilon''/(\varepsilon' - \varepsilon_\infty)$ is independent of frequency and is given by $\varepsilon''/(\varepsilon' - \varepsilon_\infty) = \cot(n\pi/2)$. This is in complete contrast to the Debye behaviour for which this ratio is equal to $\omega\tau$ (see eq. 3). Jonscher (1977, 1978) has also identified a special class of dielectric response which he refers to as a low-frequency dispersion. In material with this kind of response, the power-law dependence of eq. (4) persists throughout a transition from a small value of index n to a different, and larger, value beyond a characteristic frequency ω_c . This is shown in Fig. 1(b), which represents the case of carrier polarization. Information concerning theoretical aspects of this class of dielectric can be found in Jonscher (1981) and Dissado & Hill (1984).

The imaginary part of permittivity ε'' and $\varepsilon' - \varepsilon_\infty$ are in fact Hilbert transforms of each another (Jonscher 1977) and, so knowledge of any one of the two functions ε'' or $\varepsilon' - \varepsilon_\infty$ determines the dielectric response of the system. The estimation of ε_∞ can be difficult, however, unless saturation is observed in the real part of the permittivity at high frequencies. If saturation is not observed, a useful technique (Böttcher & Bordewijk 1978; Hill & Jonscher 1983) is to take the Hilbert transform of the loss data ($\varepsilon''(\omega)$) to obtain the theoretical value of $\varepsilon'(\omega) - \varepsilon_\infty$ at the highest frequency available, and from this value and the measured value of $\varepsilon'(\omega)$ at the same frequency to estimate ε_∞ .

CONSTANT DIELECTRIC LOSS

Constant dielectric loss or frequency-independent Q implies that the real and imaginary parts of permittivity should show the same trends in frequency (see eq. 2). So it seems reasonable to try a complex permittivity function for which the real and imaginary parts plot as two parallel straight lines on a log–log plot, over a given range of frequencies away from the peak loss frequency ($\omega > \omega_p$). Therefore, in order to model for radar attenuation, we use a dielectric response of the form

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_r \left(-i \frac{\omega}{\omega_r} \right)^{n-1} = \varepsilon_r \left| \frac{\omega}{\omega_r} \right|^{n-1} (-i \operatorname{sgn} \omega)^{n-1}, \quad (5)$$

where $0 < n < 1$ and ω_r, ε_r are two constants; ω_r is an arbitrary reference frequency, and ε_r has the dimensions of permittivity. A similar response function for the bulk modulus has been used by Kjartansson (1979), in the case of mechanical losses in solids. Our choice (eq. 5) is based on the similar trends of the dielectric and mechanical responses (McCall 1969; Jonscher 1977). By writing $\varepsilon(\omega)$ in eq. (5) in terms of its real and imaginary parts and considering only the positive frequencies we obtain

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_r \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right)^{n-1} \left[\exp\left(-i \frac{\pi}{2}\right) \right]^{n-1}$$

or

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_r \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right)^{n-1} \left[\sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) + i \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right) \right]. \quad (6)$$

Consequently eq. (6) confirms that the argument of the permittivity in eq. (5), and thus the phase angle between the total current density and the electric field, is independent of frequency; hence, it follows from (2) that Q is independent of

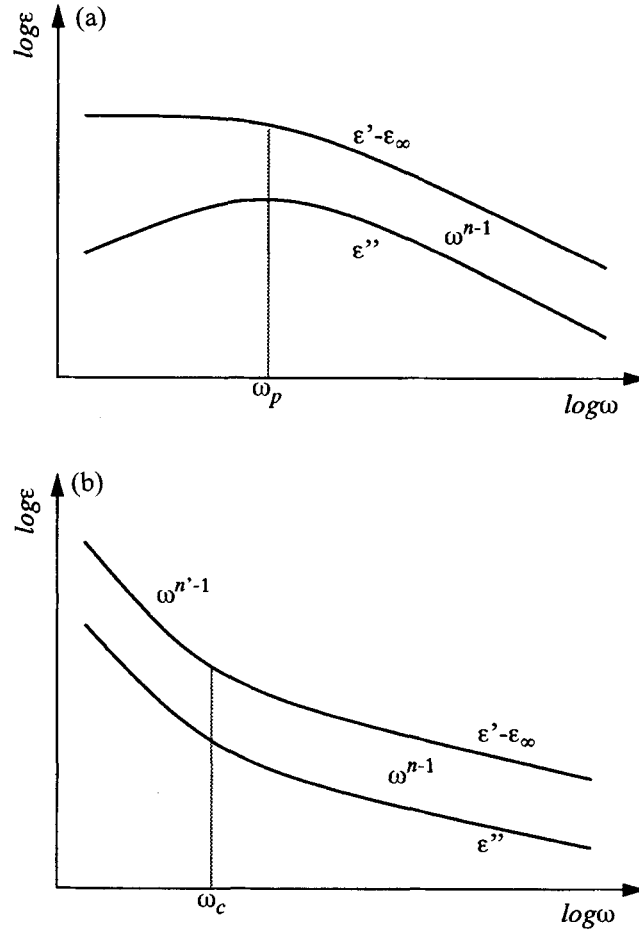


Figure 1. Schematic representation of two types of dielectric response in the frequency domain, plotted as the logarithm of $\epsilon' - \epsilon_\infty$ and imaginary parts of the permittivity against the logarithm of frequency. Both show the 'universal' behaviour with ω^{n-1} dependence at the higher frequencies. (a) corresponds to a dipole-dominated response, with a loss peak at ω_p , (b) gives the case of a carrier-dominated low-frequency response with an exponent value ($n' < n$) which increases across a transition zone of characteristic frequency ω_c . (Modified from Jonscher 1977.)

frequency:

$$\frac{\epsilon''}{\epsilon'} = \cot\left(\frac{n\pi}{2}\right) = \frac{1}{\tan\left(\frac{n\pi}{2}\right)} = \frac{1}{Q} \quad (7)$$

or

$$n = \left[\frac{2}{\pi} \tan^{-1}(Q) \right]. \quad (8)$$

Eqs (5) to (8) are in agreement with the 'universal' law of Jonscher (1977), for a constant factor (ϵ_∞). Accounting for this constant factor implies adding ϵ_∞ into the real part of eq. (5); this case is discussed in Appendix A, where it is also shown that for $n \approx 1$ (small attenuation) we deal with a constant- Q model which is consistent with Kjartansson's approximation for large Q .

The complex wavenumber (or the complex propagation constant) k is given by

$$k(\omega) = \omega \sqrt{\mu \epsilon(\omega)}, \quad (9)$$

where the constitutive parameter μ is equal to the magnetic permeability of free space for most non-magnetic rocks. Substituting eq. (5) into eq. (9), making the assumption that

the frequencies are positive, one finds

$$k = \omega \sqrt{\mu \epsilon_r} \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right)^{(n-1)/2} \left\{ \cos \left[\frac{\pi}{4} (1-n) \right] + i \sin \left[\frac{\pi}{4} (1-n) \right] \right\}. \quad (10)$$

Assigning

$$V_0 = \frac{1}{\sqrt{\mu \epsilon_r} \cos \left[\frac{\pi}{4} (1-n) \right]},$$

eq. (10) becomes

$$k = \frac{\omega}{V_0} \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right)^{(n-1)/2} \left\{ 1 + i \tan \left[\frac{\pi}{4} (1-n) \right] \right\}. \quad (11)$$

The dispersion and absorption terms are introduced, respectively, by the real and imaginary part of the wavenumber k . Writing the complex wavenumber as $k = \beta + i\alpha$, where $\beta = \omega/V(\omega)$, with $V(\omega)$ the phase velocity and α the absorption coefficient, and comparing this definition of k with eq. (11), we obtain

$$V(\omega) = V_0 \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right)^{(1-n)/2} \quad (12)$$

and

$$\alpha = \frac{\omega}{V(\omega)} \tan \left[\frac{\pi}{4} (1 - n) \right]. \quad (13)$$

From eq. (12) one can see the V_0 is simply the phase velocity at the arbitrary reference frequency ω_r and, since V is slightly dependent on frequency, the absorption coefficient α in (13) is not exactly proportional to frequency. The result in (12) is the dispersion relation proposed for the first time by Kjartansson (1979) in the case of mechanical losses in solids. Our model, based on the empirical power-law description of dielectric response, is valid over a given range of frequencies (greater than ω_p) and for any positive value of Q . Turner & Siggins (1994) have also shown that a constant- Q attenuation is valuable for describing radar-pulse propagation in some geological materials. They found empirically that the absorption coefficient α is given by summing a constant value (α_0) with another term which is proportional to frequency and depends on a new parameter Q^* . This parameter is equal to Q when $\alpha_0 = 0$.

RADAR DEPTH PENETRATION

Let $E_0(\omega)$ be the complex spectrum of the electrical source $e_0(t)$ of radar data at $z = 0$. The theoretical complex spectrum $E(\omega, z)$ of the signal transmitted at any distance z from the source is then given by

$$E(\omega, z) = E_0(\omega) \exp[ik(\omega)z] = E_0(\omega) \exp \left[i \frac{\omega}{V(\omega)} z \right] \exp[-\alpha z]. \quad (14)$$

The first exponential in eq. (14) corresponds to the propagation term (the dependence of velocity on frequency introduces the dispersion), and the second corresponds to an amplitude factor or attenuation term. The skin depth (δ_z) is the distance at which the electric field is attenuated by a factor e , and is given by the inverse of α (see eq. 13):

$$\delta_z = \frac{1}{\alpha} = \frac{V_0 \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right)^{(1-n)/2}}{\omega \tan \left[\frac{\pi}{4} (1 - n) \right]}. \quad (15)$$

We can also define another skin depth in unit time as follows:

$$\delta_t = \frac{\delta_z}{V_0} = \frac{\left(\frac{\omega}{\omega_r} \right)^{(1-n)/2}}{\omega \tan \left[\frac{\pi}{4} (1 - n) \right]}. \quad (16)$$

For a frequency of 100 MHz ($\omega = \omega_r = 2\pi \times 100$ MHz) and for two different values of Q ($Q = 15, 30$), from (16) we find for δ_t the values of 47.8 and 95.5 ns, respectively. Taking a velocity of $V_0 = 0.13$ m ns⁻¹ (which is the case for the salt and granite), then the skin depth δ_z will have the values of 6.21 and 12.41 m, respectively. The attenuation A (in dB m⁻¹) relative to the skin depth (δ_z) is given by

$$A = \frac{20}{\delta_z} \log(e). \quad (17)$$

Therefore, for $Q = 15$ we find that $A = 1.4$ dB m⁻¹ and, for $Q = 30$, $A = 0.7$ dB m⁻¹. These values of attenuation at radar

frequencies are in harmony with those given by Davis & Annan (1989), for the case of granite and salt. If we assume a very high signal-to-noise (S/N) ratio of 60 dB then, for a frequency of 100 MHz, the penetration depth or the depth of investigation (in transmission) will have the values of 43 m for $Q = 15$, and 86 m for $Q = 30$. In addition to absorption losses, the radar signal also undergoes spherical spreading and scattering losses as it travels away from the antenna. These will make the depth of investigation smaller than the above values. The maximum range of investigation (in reflection), accounting for both absorption and spreading losses, can easily be estimated from nomograms proposed by Turner, Siggins & Hunt (1993) (see their Figs 1 and 2).

Q ESTIMATION BY PROPAGATION METHOD

The method of estimating Q presented here is equivalent to wavelet modelling introduced by Jannsen *et al.* (1985). Substituting eqs (12) and (13) into eq. (14), and changing the distance z to its equivalent in time by $T = z/V_0$, one obtains

$$E(\omega, T, n) = E_0(\omega) \exp \left\{ \omega T \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right)^{(n-1)/2} \left[i - \tan \left(\frac{\pi}{4} (1 - n) \right) \right] \right\}. \quad (18)$$

We note here that n and Q are related by eq. (8), and that both are independent of frequency. A similar propagation technique has been used by Blair & Spathis (1982, 1984). In order to assess the *in situ* mechanical losses of rock masses, they used the constant- Q theory of Kjartansson (1979). They also discussed the stability of this propagation method compared with that of the standard spectral ratio estimation of Q (Blair & Spathis 1982).

By transforming eq. (18) back into the time domain, one can obtain the theoretical wavelet $e(t, T, n)$, transmitted at time T with quality factor Q . An example of wavelets propagated at the same distance or same time ($T = 60$ ns) with different values of Q s ($Q = 5, 10, 15, 20, 25$ and 30), is shown in Fig. 2. The source used here is a symmetrical Ricker wavelet with a dominant frequency of 100 MHz. From Fig. 2(a), one can see that for small Q (large attenuation) the signal becomes broader, its energy is diminished (absorption), and also that its shape is not symmetrical any more (dispersion). The amplitude spectrum of each propagated wavelet is presented in Fig. 2(b), from which we note that the amplitude spectrum decreases and shifts to lower frequencies for small Q . The same remarks can be made in the case where Q is fixed and the propagation time increases. This is shown in Fig. 3, which represents the evolution of the shape of a 100 MHz radar pulse with increasing traveltime for a fixed value of $Q = 10$. The trace on the right side of the figure shows the intact radar pulse with a central frequency of 100 MHz (Tillard 1991).

A practical way to obtain Q is to calculate the attenuated wavelets for a closely spaced set of Q s and to select the optimum solution from comparison with the observed transmitted wavelet $e_d(t)$. As the amount of absorption also depends on traveltime T (see eq. 18), this parameter must be determined simultaneously with Q . This can be done by varying T in a reasonable time interval. Since the information content of a wavelet in the time and frequency domains is exactly the same, the comparisons between two wavelets could also be done in

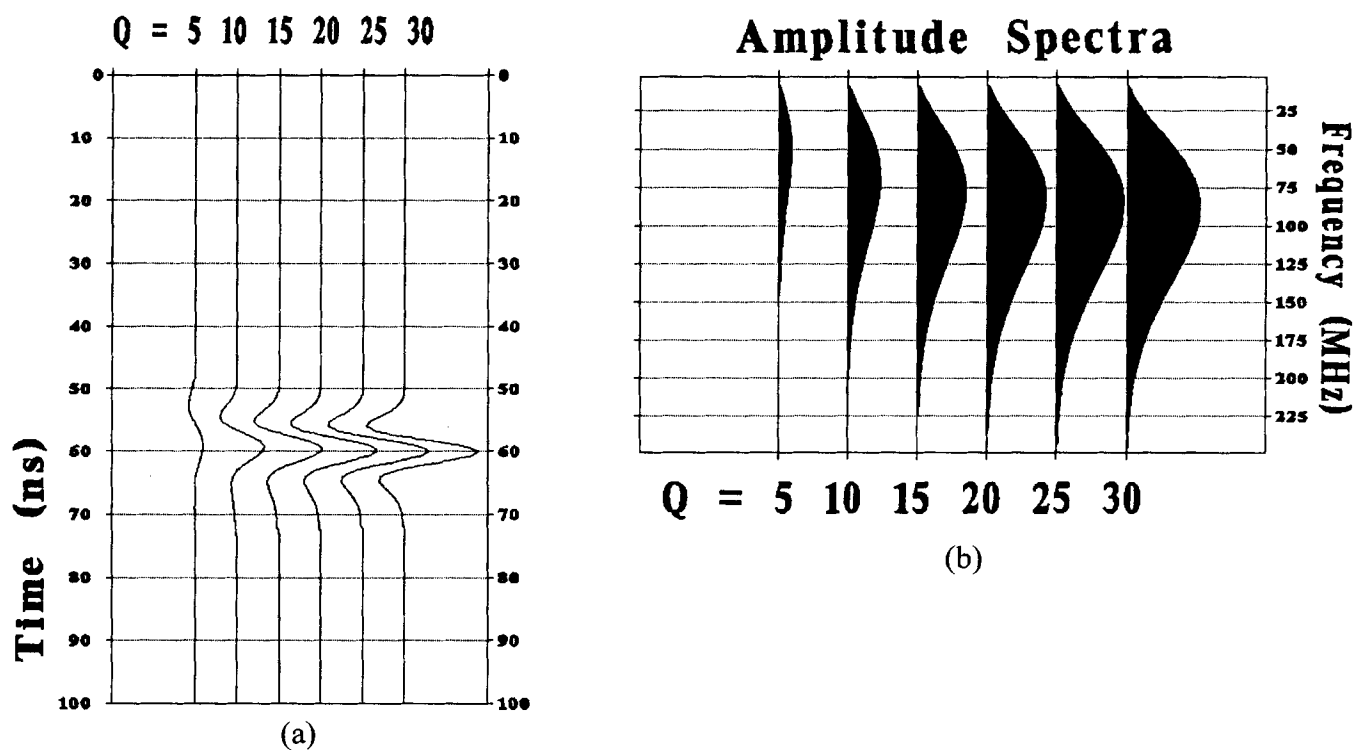


Figure 2. (a) Zero-phase Ricker wavelets with dominant frequencies of 100 MHz propagated at the same time ($T = 60$ ns) but with different values of Q (from left to right $Q = 5; 10; 15; 20; 25; 30$). (b) The amplitude spectrum of each propagated wavelet. For small Q the amplitude spectrum decreases and moves to lower frequencies.

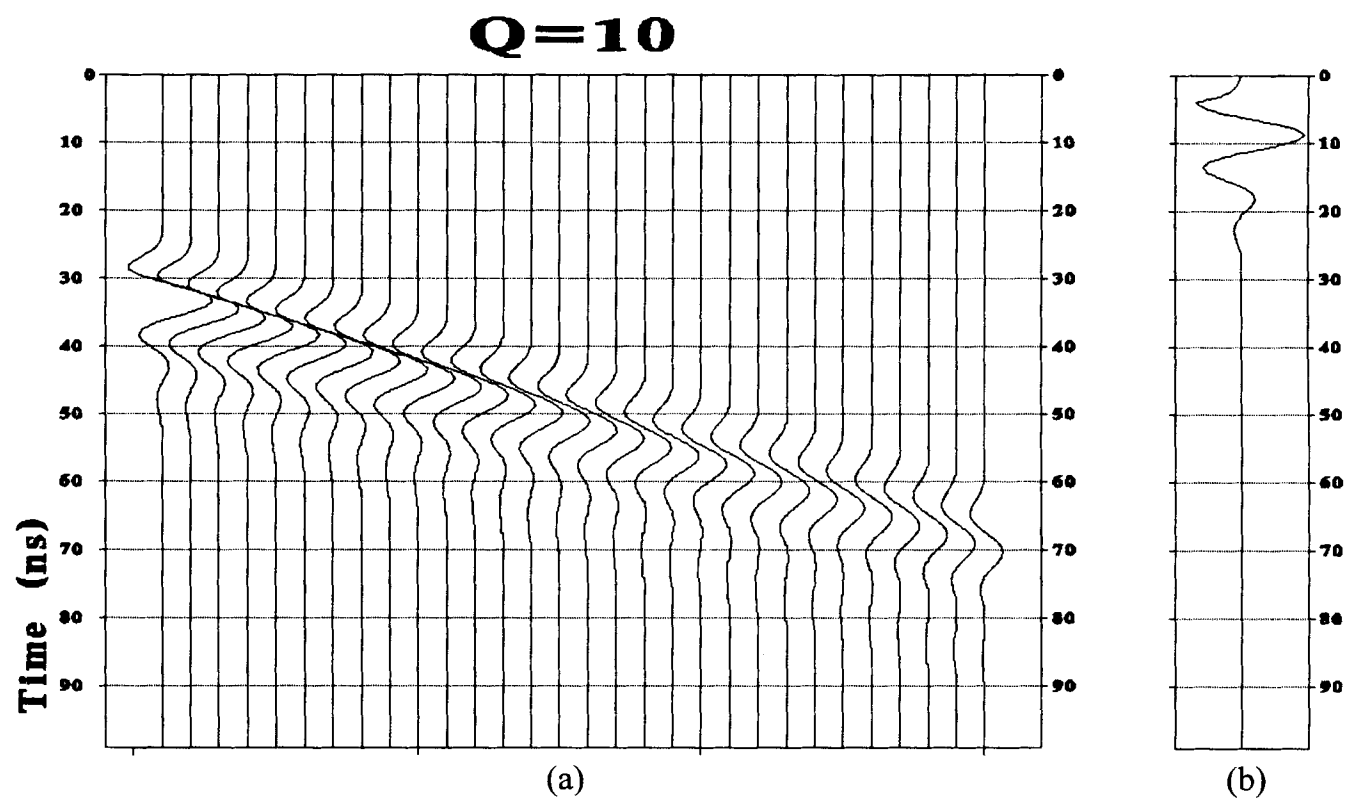


Figure 3. (a) The evolution of a radar pulse with increasing traveltime for a fixed value of $Q = 10$. The attenuation of radar energy by the subsurface causes a loss of high-frequency energy (absorption) with increasing traveltime and also a distortion of wavelet phase (dispersion). (b) The radar pulse with a centre frequency of 100 MHz.

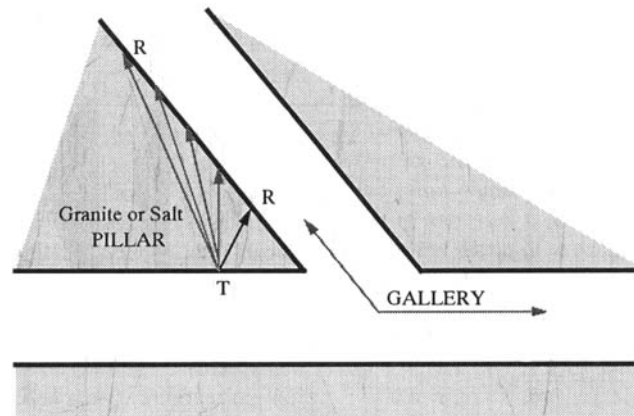


Figure 4. Schematic illustration of antenna configurations for radar transmission measurements through a granite or salt pillar into a mine gallery. T: transmitter; R: receiver.

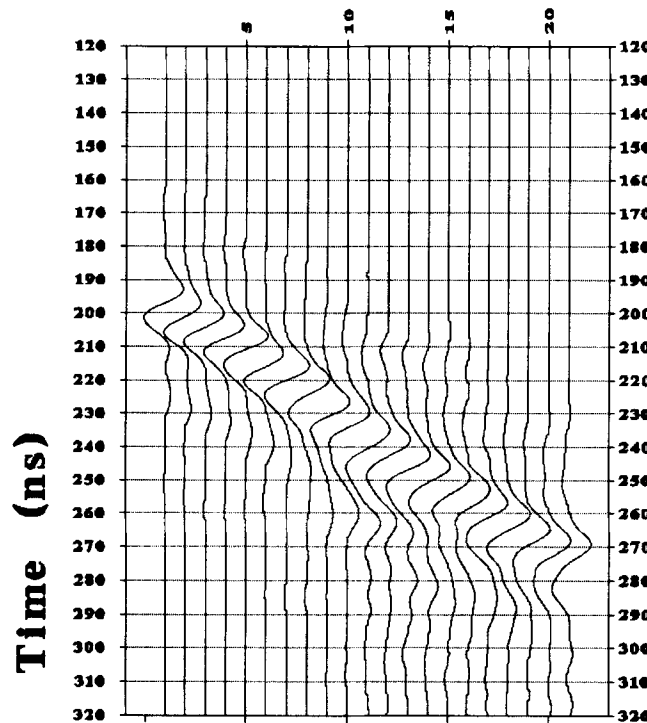


Figure 5. Radar transmission data acquired in the granite with a 100 MHz radar system (Tillard 1991). All the traces are normalized by peak amplitudes of each trace.

the frequency domain. As pointed out by Jannsen *et al.* (1985), however, it is very difficult to compare phase spectra, especially in the presence of noise. Hence the inverse transform into the time domain is more practical, and the comparison of the modelled signal and the observed signal is performed in L_2 norm. Therefore the quality factor Q and the transmission time T are then determined by taking the minimum of the following function:

$$S(T_i, n_i) = \sum_k [e(k, T_i, n_i) - e_d(k)]^2. \quad (19)$$

The sum in (19) is done over the length of the wavelet, $e(k, T_i, n_i)$ is the theoretical value of the wavelet at sample time k and parameter set (T_i, n_i) , and $e_d(k)$ is then the value at sample time k of the observed transmitted wavelet. In our study we will compare the two wavelets in eq. (19) normalized

by their peak amplitudes, a method that has the advantage that the amplitude decay effect caused by geometrical spreading can be neglected. That is the reason why the spreading term in eqs (14) and (18) is omitted.

REAL DATA EXAMPLES

The data presented in this paper were obtained with a PC-based, digital radar system (PulseEKKO IV, manufactured by Sensors & Software, Canada) operating with 50, 100 or 200 MHz dipole antennas. The radar data were acquired by positioning the transmitting and receiving antennas on both sides of a potash or granite pillar in a mine. The transmitter was fixed while the receiver was moved on the other side of the pillar by steps of 0.5 m. Fig. 4 shows a sketch of configurations for radar transmission measurements.

Fig. 5 shows the radar transmission data in granite (Electricité de France site of Brommat) with a 100 MHz radar system. All the traces in this figure are normalized by peak amplitudes of each trace. Fig. 6 shows the propagation method and the comparisons of the theoretical wavelets with the observed transmitted wavelets. The starting radar pulse used here and elsewhere in the other figures is the same as the pulse on the right-hand side of Fig. 3. By using eq. (19), the best fit between wavelets is found for a Q of 14. Fig. 6(a) shows the comparison between the propagated wavelet (top) and the real signal of the third trace in Fig. 5 (bottom). Their amplitude spectra, presented in Fig. 6(b), show that the peak-amplitude spectrum for both wavelets is nearly at 30 MHz. A comparison between the theoretical wavelet (top) and the observed wavelet of the 19th trace of Fig. 5 (bottom) is shown in Fig. 6(c). The amplitude spectra are presented in Fig. 6(d), from which we note that the peak-amplitude spectrum is at a frequency lower than 30 MHz: therefore the amplitude spectrum has shifted to lower frequencies. For a velocity of $V_0 = 0.13$ m/ns, the travel distances of wavelets in Figs 6(a) and (c) are respectively 26 and 34.5 m (travel-times of 200 and 265 ns). The reference frequency $f_r(\omega_r = 2\pi f_r)$ for modelling is chosen to be in the centre of the radar bandpass, which in the case of highly altered granite is at nearly 40 MHz (Tillard 1994).

Fig. 7 represents the radar transmission data in salt (Potash Mine of Alsace) with a 50 MHz radar system. No normalization is applied to these data. Fig. 8 has the same format as Fig. 6, but in this case uses data from Fig. 7 and $Q = 35$. The radar source used for modelling is the same as the pulse on the right-hand side of Fig. 3, but with a sample rate that is twice as big. Therefore, the starting radar pulse has a central frequency of 50 MHz. The modelling of signals in Figs 8(a) and (c) (top) is done with a reference frequency $f_r = 40$ MHz, which is the centre of the radar bandpass in salt for a 50 MHz antenna. The observed transmitted wavelets in salt presented in Figs 8(a) and (c) (bottom), are respectively the first and the 21st traces of Fig. 7. Using the same velocity as in the case of granite, the travel distances are nearly 31.6 and 41.9 m (travel-times at 243 and 323 ns). It is clear that the wavelets become longer as the traveltime increases, but the dispersion is smaller than for granite. Figs 8(b) and (d) show the amplitude spectra of the theoretical wavelets (top) and real transmitted signals (bottom). It is clear from Figs 6 and 8 that the pulse shape has changed (dispersion) as it propagates through the Earth. This is one of the reasons why classical deconvolution methods, used routinely in seismic data processing, are often ineffective in the case of radar data (see also Turner 1994).

The method of estimating Q described previously has been

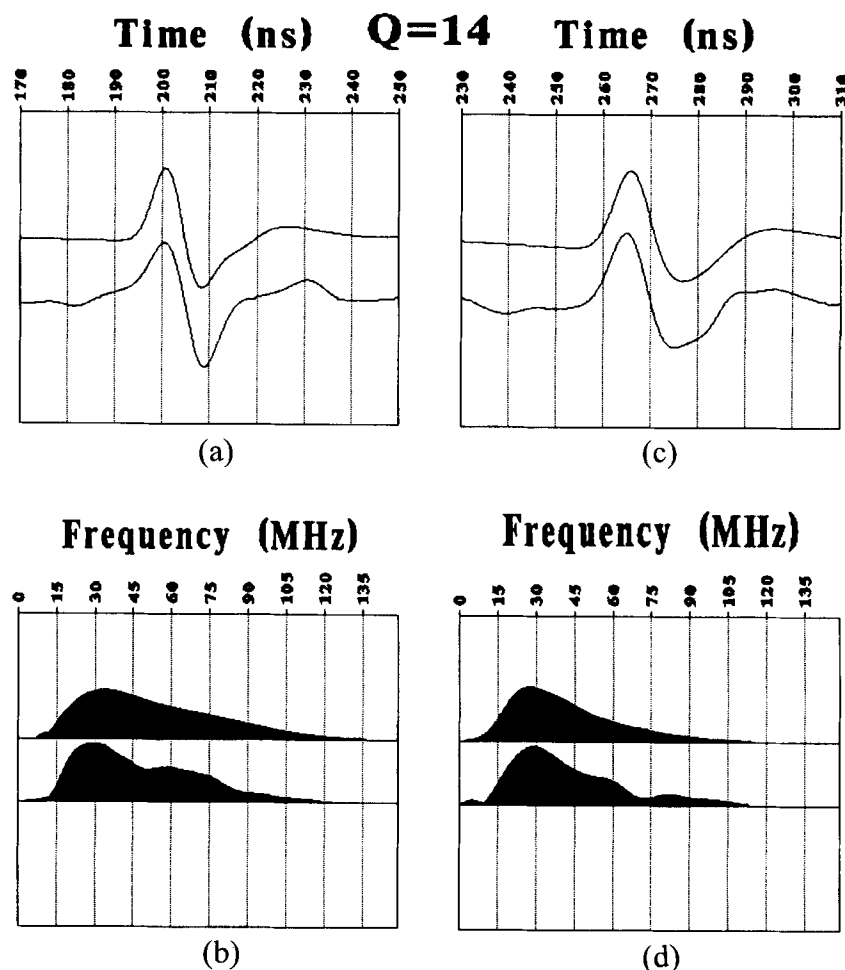


Figure 6. Comparisons of propagated wavelets with the observed real data in granite. (a) Propagated wavelet with $Q = 14$ (top) and real observed signal of the third trace of Fig. 4 (bottom). (b) The amplitude spectra of (a). (c) Propagated wavelet with $Q = 14$ (top) and real observed signal of the 19th trace of Fig. 4 (bottom). (d) The amplitude spectra of (c).

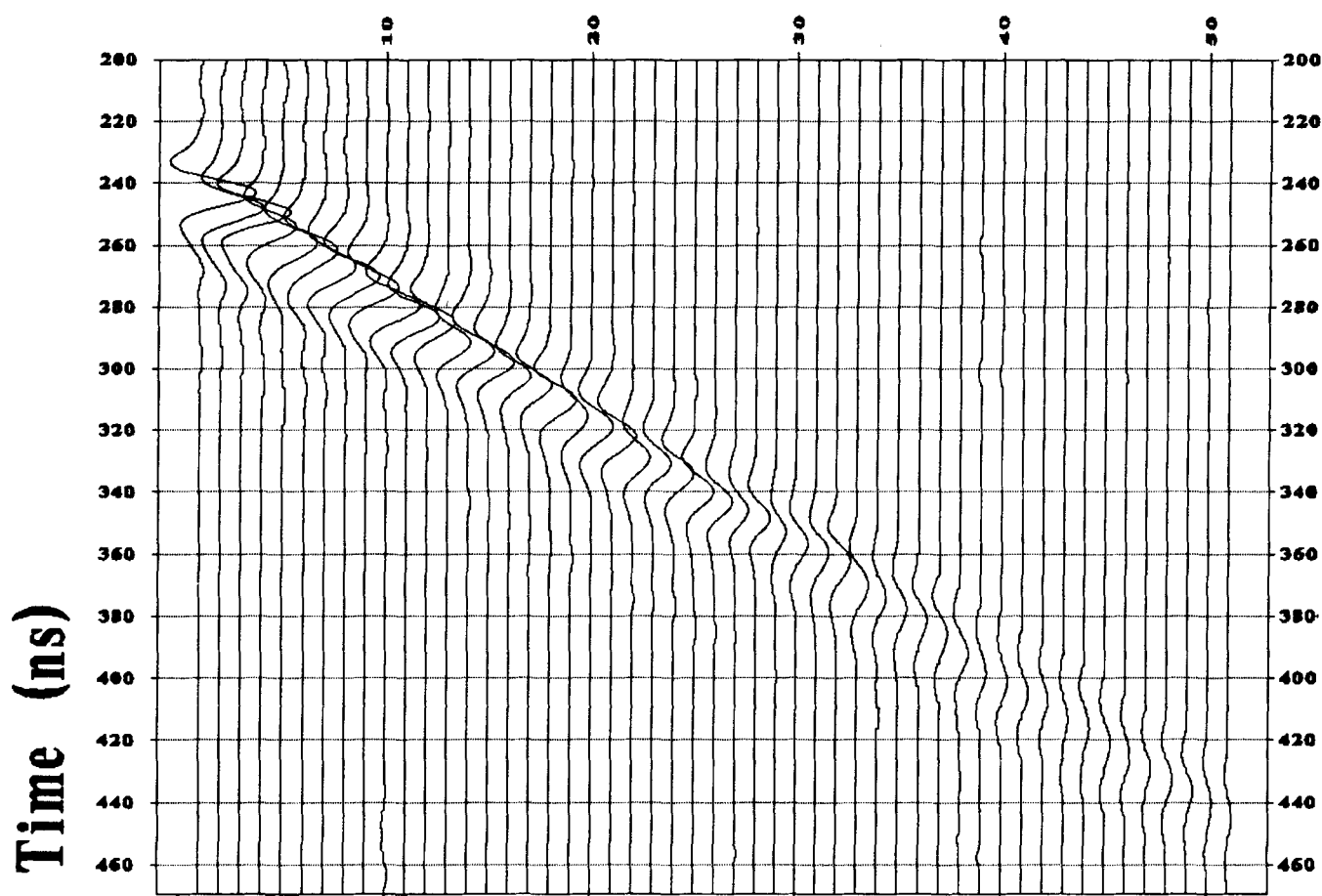


Figure 7. Radar transmission data acquired in the salt with a 50 MHz radar system (Tillard 1991). No normalization is applied.

applied to all traces in Figs 5 and 7. In the case of highly altered granite (Fig. 5) the value of Q varies between 12 and 18, while in the case of salt (Fig. 7) the Q values are between 30 and 42. The reliability of the computation of Q is dependent on the attenuation itself and on the amount of noise. So, a low Q (high attenuation) is much easier to compute reliably than a high Q , and the higher the noise level the more problematic Q estimation is. More discussion about the errors and the reliability of the wavelet modelling method, used in this paper, can be found in Jannsen *et al.* (1985) and Tonn (1991).

CONCLUSION

The work presented here shows that the dielectric losses of radar waves in some rocks can be approximated by taking a complex power function of frequency for the dielectric permittivity, which is similar to the expression for the elastic modulus in the case of mechanical losses. We demonstrated also that this approximation corresponds to a constant- Q model and is valid for any positive value of Q .

Using this approach, we proposed a propagation method to model radar attenuation and to estimate the quality factor Q . Then this method was applied to the radar transmission data in granite and salt. Extending the application of the proposed method to radar data in other materials is the logical next step.

It is also shown that the radar pulse undergoes an important

dispersion due to the dependence of phase velocity on frequency. This is one of the reasons why any conventional deconvolution of radar data does not work well. The results shown in this paper have significant implications for the modelling and processing of radar data, especially in the implementation of appropriate inverse- Q filtering, which is the subject of current research in the case of radar waves.

ACKNOWLEDGMENTS

I am particularly indebted to Sylvie Tillard from the Institute de Protection et de Sûreté Nucléaire for kindly providing me with the granite and salt data. Numerous discussions with her, especially in radar acquisition techniques, were very useful. I would also like to thank two anonymous reviewers for their helpful suggestions and comments, which are much appreciated.

REFERENCES

- Azimi, S.A., Kalinin, A.V., Kalinin, V.V. & Pivovarov, B.L., 1968. Impulse and transient characteristics of media with linear and quadratic absorptions laws, *Phys. Solid Earth*, **2**, 88–93.
- Blair, D.P. & Spathis, A.T., 1982. Attenuation of explosion-generated pulse in rock masses, *J. geophys. Res.*, **87**, 3885–3892.
- Blair, D.P. & Spathis, A.T., 1984. Seismic source influence in pulse attenuation studies, *J. geophys. Res.*, **89**, 9253–9258.

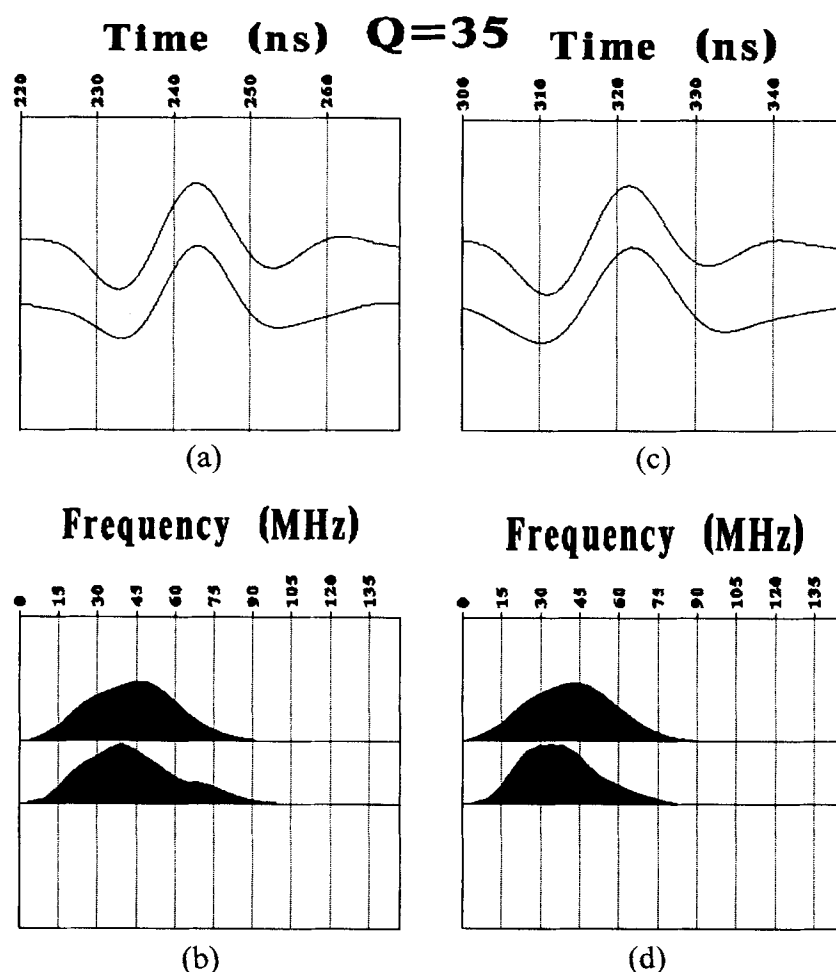


Figure 8. Comparisons of propagated wavelets with the observed real data in salt. (a) Propagated wavelet with $Q = 35$ (top) and real observed signal of the first trace of Fig. 6 (bottom). (b) The amplitude spectra of (a). (c) Propagated wavelet with $Q = 35$ (top) and real observed signal of the 21st trace of Fig. 6 (bottom). (d) The amplitude spectra of (c).

- Böttcher, C.J.F. & Bordewijk, P., 1978. *Theory of Dielectric Polarisation*, Vol. 2, Elsevier, Amsterdam.
- Cole, K.S. & Cole, R.H., 1941. Dispersion and absorption in dielectrics, *J. Chem. Phys.*, **9**, 341–351.
- Davidson, D.H. & Cole, R.H., 1951. Dielectric relaxation in glycerol, propylene glycol, and n-propanol, *J. Chem. Phys.*, **29**, 1484–1490.
- Davis, J.L. & Annan, A.P., 1989. Ground-penetrating radar for high-resolution mapping of soil and rock stratigraphy, *Geophys. Prospect.*, **37**, 531–551.
- Debye, P., 1929. *Polar molecules*, Chemical Catalogue Co., Dover, New York.
- Dissado, L.A. & Hill, R.M., 1984. Anomalous low-frequency dispersion, *J. Chem. Soc. Faraday Trans. 2*, **80**, 291–319.
- Futterman, W.I., 1962. Dispersive body waves, *J. geophys. Res.*, **67**, 5279–5291.
- Guéguen, Y. & Palciauskas, V., 1992. *Introduction à la Physique des Roches*, Hermann Editeurs des Sciences et des Arts, Paris.
- Hill, R.M. & Joncscher, A.K., 1983. The dielectric behavior of condensed matter and its many-body interpretation, *Contemp. Phys.*, **24**, 75–110.
- Jannsen, D., Voss, J. & Theelin, F., 1985. Comparison of methods to determine Q in shallow marine sediments from vertical reflection seismograms, *Geophys. Prospect.*, **33**, 479–497.
- Joncscher, A.K., 1977. The 'universal' dielectric response, *Nature*, **267**, 673–679.
- Joncscher, A.K., 1978. Low-frequency dispersion in carrier-dominant dielectrics, *Philos. Mag.*, **B, 38**, 587–601.
- Joncscher, A.K., 1981. A new understanding of dielectric relaxation of solids, *J. Mater. Sci.*, **16**, 2037–2060.
- Kanamori, H. & Anderson, D.L., 1977. Importance of physical dispersion in surface wave and free oscillation problems, Review, *Rev. Geophys. Space Phys.*, **15**, 105–112.
- Kjartansson, E., 1979. Constant Q -wave propagation and attenuation, *J. geophys. Res.*, **84**, 4737–4748.
- Knight, R.M. & Nur, A., 1987. The dielectric constant of sandstones, 60 kHz to 4 MHz, *Geophysics*, **52**, 644–654.
- Locker, D.A. & Byerlee, J.D., 1985. Complex resistivity measurements of confined rock, *J. geophys. Res.*, **90**, 7837–7847.
- McCall, D.W., 1969. *Molecular Dynamics and Structure of Solids*, NBS Special Publ., **301**, 475–537.
- Olhoeft, G.R., 1980. Electrical properties of rocks, in *Physical Properties of Rocks and Minerals*, eds Touloukian, Y.S., Judd, W.R. & Roy, R.F., McGraw-Hill, New York, NY.
- Taherian, M.R., Kenyon, W.E. & Safinya, K.A., 1990. Measurement of dielectric response of water-saturated rocks, *Geophysics*, **55**, 1530–1541.
- Tillard S., 1991. Evaluation des performances de la technique radar en prospection géophysique, *PhD thesis*, Université Louis Pasteur, Strasbourg.
- Tillard S., 1994. Radar experiments in isotropic and anisotropic geological formations (granite and schists), *Geophys. Prospect.*, **42**, 615–636.
- Tonn, R., 1991. The determination of the seismic quality factor Q from

- VSP data: a comparison of different computational methods, *Geophys. Prospect.*, **39**, 1–27.
- Turner, G., 1994. Subsurface radar propagation deconvolution, *Geophysics*, **59**, 215–223.
- Turner, G. & Siggins, A., 1994. Constant Q attenuation of subsurface radar pulses, *Geophysics*, **59**, 1192–1200.
- Turner, G., Siggins, A.F. & Hunt, L.D., 1993. Ground penetrating radar — will it clear the haze at your site?, *Explor. Geophys.*, **24**, 819–832.

APPENDIX A: JONSCHER'S MODEL

On including the permittivity at infinite frequency ε_∞ in eq. (5) it becomes

$$\varepsilon(\omega) - \varepsilon_\infty = \varepsilon' - \varepsilon_\infty + i\varepsilon'' = \varepsilon_r \left(-i \frac{\omega}{\omega_r} \right)^{n-1}. \quad (\text{A1})$$

where $0 < n < 1$, and ω_r, ε_r are constants. Considering only the positive frequencies, we obtain

$$\begin{aligned} \varepsilon(\omega) = \varepsilon_r \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right)^{n-1} \cos \left[\frac{\pi}{2} (1-n) \right] + \varepsilon_\infty \\ + i \varepsilon_r \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right)^{n-1} \sin \left[\frac{\pi}{2} (1-n) \right]. \end{aligned} \quad (\text{A2})$$

Using the definition of the quality factor Q given by eq. (2) we have

$$\frac{\varepsilon''}{\varepsilon'} = \frac{\varepsilon_r \sin \left[\frac{\pi}{2} (1-n) \right] \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right)^{n-1}}{\varepsilon_r \cos \left[\frac{\pi}{2} (1-n) \right] \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right)^{n-1} + \varepsilon_\infty} = \frac{1}{Q(\omega)}. \quad (\text{A3})$$

From eq. (A3) we see that Q is dependent on frequency, and therefore eq. (A3) deals with a frequency-dependent- Q model. Defining a constant quality factor Q_0 as

$$\frac{1}{Q_0} = \frac{\varepsilon''}{\varepsilon' - \varepsilon_\infty} = \tan \left[\frac{\pi}{2} (1-n) \right] \quad (\text{A4})$$

and assigning $\varepsilon'_r = \varepsilon_r \cos[(1-n)\pi/2]$, eq. (A3) becomes

$$\frac{1}{Q(\omega)} = \frac{\varepsilon'_r \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right)^{n-1}}{Q_0 \left[\varepsilon'_r \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right)^{n-1} + \varepsilon_\infty \right]}. \quad (\text{A5})$$

Introducing $Q(\omega)$ into eq. (A2), one has

$$\varepsilon(\omega) = \left[\varepsilon'_r \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right)^{n-1} + \varepsilon_\infty \right] \left(1 + \frac{i}{Q(\omega)} \right). \quad (\text{A6})$$

Using the definition of the wavenumber k shown in eq. (9) we obtain

$$k(\omega) = \omega \left[\mu \varepsilon'_r \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right)^{n-1} + \mu \varepsilon_\infty \right]^{1/2} \left(1 + \frac{i}{Q(\omega)} \right)^{1/2}. \quad (\text{A7})$$

For $n \approx 1$ (i.e. small attenuation or large Q_0 , see eq. A4), we

can neglect the dependence on frequency of Q , so (A5) can be written as

$$\frac{1}{Q_c} = \frac{\varepsilon'_r}{Q_0(\varepsilon'_r + \varepsilon_\infty)}. \quad (\text{A8})$$

We note here that the quality factor Q_c is constant and proportional to the one defined in eq. (7) or (A4), with a constant factor of $(\varepsilon'_r + \varepsilon_\infty)/\varepsilon'_r$. In such a situation ($n \approx 1$ or $Q_0 > 10$), the tangent in (A4) may be replaced by its argument [i.e. $1 - n \approx 2/(\pi Q_0)$], and, using Maclaurin's series expansion, $(\omega/\omega_r)^{n-1}$ in eq. (A7) can be written as

$$\begin{aligned} \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right)^{n-1} &\approx \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right)^{-2/\pi Q_0} \\ &= 1 - \frac{2}{\pi Q_0} \ln \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right) + \frac{1}{2!} \left[\frac{2}{\pi Q_0} \ln \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right) \right]^2 - \dots \end{aligned} \quad (\text{A9})$$

Substituting (A8) and (A9) into eq. (A7), dropping all terms involving the second or higher powers of $1/Q_0$, and using the two-term expansion of the two square roots in eq. (A7), it becomes

$$k(\omega) = \frac{\omega}{V_0} \left[1 - \frac{1}{\pi Q_c} \ln \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right) + i \frac{1}{2Q_c} \right], \quad (\text{A10})$$

where

$$V_0 = \frac{1}{\sqrt{\mu(\varepsilon'_r + \varepsilon_\infty)}}. \quad (\text{A11})$$

Defining the complex wavenumber as $k = \beta + i\alpha$, where $\beta = \omega/V(\omega)$, with $V(\omega)$ the phase velocity and α the absorption coefficient, and by comparing this definition with eq. (A10), we find

$$\frac{1}{V(\omega)} = \frac{1}{V_0} \left[1 - \frac{1}{\pi Q_c} \ln \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right) \right] \quad (\text{A12})$$

and

$$\alpha = \frac{\omega}{2V_0 Q_c}. \quad (\text{A13})$$

It seems from (A12) that V_0 is simply the phase velocity at the arbitrary reference frequency $\omega = \omega_r$ and from (A13) α is strictly linear in frequency. Eq. (A12) is exactly the same as the dispersion relation found by Kjartansson (1979) in the case of small attenuation (see also Futterman 1962; Azimi *et al.* 1968; Kanamori & Anderson 1977), but now the quality factor is Q_c and not Q_0 as in Kjartansson's approach. If we use the Maclaurin's series expansion in eq. A9 for eq. (12), we find the same dispersion relation as in (A12), but with Q given by eq. (7) or (A4). Hence, for the case of large Q_0 ($n \approx 1$), eq. (A10) deals with a frequency-independent- Q model (as does eq. 11), with the dispersion and absorption terms given by eqs (A12) and (A13), respectively.

Modeling and inverse Q imaging of ground penetrating radar waves in 1 and 2D

Maksim Bano

Laboratoire Sismique et Tectonique, EOPGS ULP (CNRS-URA 323), 5 rue Descartes, 67084, Strasbourg Cedex, France

Abstract. As in the case of seismic attenuation, dielectric loss or radar attenuation may be related to the quality factor Q which is given by the ratio of the real to imaginary parts of effective (or total) dielectric permittivity. The frequency dependence of both parts of the effective permittivity would imply the broadening (absorption) and distortion (dispersion) of the radar pulse when it travels into the earth, so the radar pulse is not stationary. Therefore the classical deconvolution and migration methods, used currently in seismic processing, do not always work well in the case of GPR data. In order to compensate for radar attenuation (absorption and dispersion) two methods (in 1D and 2D) are proposed. These methods are based on the weighted downward extrapolation of the electric field in the frequency domain. The results are tested and illustrated using synthetic and real radargrams in 1 and 2D.

Introduction

The dielectric loss or radar attenuation is related to the quality factor Q by: $\tan\delta = \epsilon_e''/\epsilon_e' = 1/Q$, where ϵ_e' and ϵ_e'' are the real and imaginary parts of the effective dielectric permittivity respectively and δ determines the angle between the total current density and the electric field. The frequency dependence of ϵ_e' and ϵ_e'' results in broadening and distortion of the radar pulse with increasing travel time.

The changing pulse shape means that classical deconvolution and migration methods, used routinely in seismic processing, are often ineffective in the case of GPR waves. Propagation deconvolution [Turner, 1994] or downward continuation [Hargreaves and Calvert, 1991 or Bano 1996b] methods in one dimension (1D), which describe the physical process of the pulse distortion, have been proposed for successful deconvolution of radar or seismic data.

In this paper, two methods (in 1D and 2D) of inverse Q imaging of GPR data are proposed. These methods are based on the downward extrapolation of the electric field in the frequency domain and are valid for a homogenous medium horizontally stratified.

Diffusion-propagation equation of the electric field in frequency domain

Starting from Maxwell's equations, one can find the diffusion-propagation or telegraph equation in cartesian

coordinates of the electric field $\mathbf{e}(x, y, z, t)$:

$$\Delta \mathbf{e}(x, y, z, t) = \sigma \mu \frac{\partial \mathbf{e}}{\partial t} + \epsilon \mu \frac{\partial^2 \mathbf{e}}{\partial t^2} \quad (1)$$

Δ stands for Laplacian, and the parameters σ [Sm/m], ϵ [F/m] and μ [H/m] represent respectively the electric conductivity and permittivity and the magnetic permeability of the medium. The latter is equal to the magnetic permeability of the free space (μ_0) for most non-magnetic rocks. Equation (1) is obtained by assuming that the constitutive parameters σ , ϵ and μ are independent of time [Ward and Hohmann, 1988], and the medium is supposed to be isotropic and horizontally homogenous. The first term in the right side of equation (1) corresponds to the diffusive term and the second one is the propagation term. At high frequencies (or $\sigma/\omega\epsilon \ll 1$) the first term can be neglected compared to the second one, and we deal with the wave equation using in radar imaging. Throughout this paper we will suppose that the dielectric permittivity is a complex quantity ($\epsilon = \epsilon' + i\epsilon''$), and for the sake of convenience, the conductivity σ is assumed to be real and should be less than 0.01 Sm/m for effective radar imaging [Davis and Annan, 1989]. The Fourier Transform (FT) of equation (1) with respect to time leads to the wave or Helmholtz equation:

$$\Delta \mathbf{E}(x, y, z, \omega) = -k^2 \mathbf{E}(x, y, z, \omega) \quad (2)$$

with

$$k^2 = \omega^2 \epsilon \mu + i \omega \sigma \mu = \left(\epsilon + i \frac{\sigma}{\omega} \right) \mu \omega^2 = \epsilon_e \mu \omega^2 \quad (3)$$

Where $\mathbf{E}(x, y, z, \omega)$ represents the FT of $\mathbf{e}(x, y, z, t)$, k is the complex wave number (or complex propagation constant $k = \beta + i\alpha$) and $\epsilon_e = \epsilon_e' + i\epsilon_e''$ the effective (or total) dielectric permittivity, which is assumed to be frequency dependent (dispersive medium). The dielectric loss is related to the loss tangent ($\tan\delta$) which is the ratio of the imaginary over the real part of the effective dielectric permittivity. Thus, as in the case of seismic attenuation, the dielectric loss or radar attenuation is related to the dissipation factor or quality factor Q by:

$$\tan\delta = \frac{\epsilon_e''(\omega)}{\epsilon_e'(\omega)} = \frac{\epsilon'' + \frac{\sigma}{\omega}}{\epsilon'} = \frac{1}{Q} \quad (4)$$

So the loss tangent gives a measure of the frequency-dependent dissipation of electromagnetic waves caused by conduction (σ) and different mechanisms of dielectric

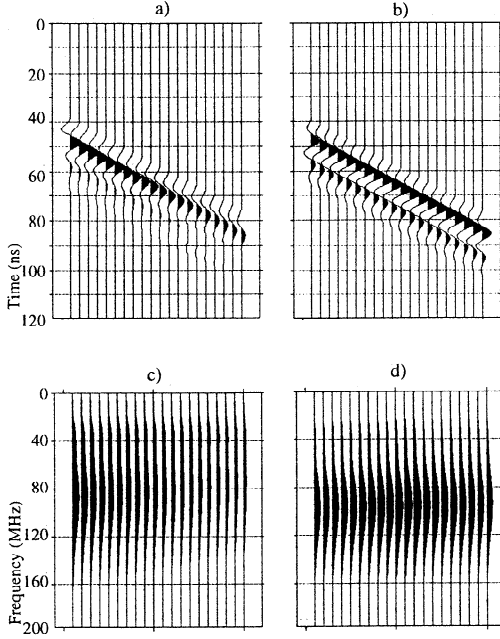


Figure 1. a) The evolution of a 100 MHz radar pulse with increasing traveltime for $Q=10$. b) Inverse- Q imaging of a). c) and d) the amplitude spectra of a) and b).

relaxation (such as atomic, molecular and volume polarization) which would produce a substantial imaginary part of permittivity (ϵ''). However, if the real and imaginary parts of effective permittivity (ϵ'_e , ϵ''_e) follow exactly the same law in frequency, the model is assumed to be a constant (frequency independent) Q -model.

Inverse Q imaging in 1D

Based on a complex power law of frequency for the effective dielectric permittivity (ϵ_e), Bano [1996a] has developed a constant Q model for radar wave propagation in one dimension (1D), and found that the complex wave number k is of the form:

$$k = \frac{\omega}{V(\omega)} \left\{ 1 + i \tan \left[\frac{\pi}{4} (1 - n) \right] \right\} = \beta + i\alpha \quad (5)$$

with

$$V(\omega) = V_0 \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right)^{(1-n)/2} \quad (6)$$

where $n = (2/\pi)\text{atan}(Q)$, and $V(\omega)$ is the phase velocity of radar waves with V_0 the phase velocity at the arbitrary reference frequency ω_r . The real part of k introduces the dispersion ($\beta = \omega/V(\omega)$), while the imaginary part represents the absorption coefficient ($\alpha = \beta \tan[(1-n)\pi/4]$). Here $0 < n < 1$, with $n = 1$ corresponding to the case of loss-free propagation ($Q = \infty$ i.e. no attenuation, or k real).

Supposing now that the electric field \mathbf{E} is polarized only in the x direction ($\mathbf{E} = (E_x, 0, 0)$) and considering the 1D case, the Helmholtz equation (2) becomes:

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} = -k^2 E_x(z, \omega) = (ik)^2 E_x(z, \omega) \quad (7)$$

This equation has two solutions: $e^{ikz} = e^{i(\beta+i\alpha)z}$ and $e^{-ikz} =$

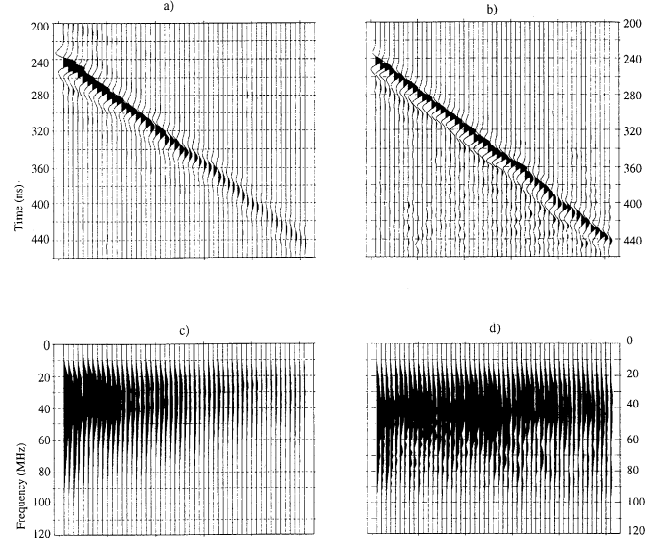


Figure 2. a) Radar transmission data in salt acquired with a 50 MHz antennae. b) Inverse- Q imaging of a), the quality factor decreases (from 40 to 20) with increasing traveltime. A time squared (t^2) spreading function is also applied to the data after the inverse- Q imaging. c) and d) the amplitude spectra of a) and b).

$e^{-i(\beta+i\alpha)z}$, with k given by equation (5). The first solution is a wave propagating down the z axis and the second is an upgoing wave. In order to compensate for radar attenuation (inverse Q filtering) we will use the second solution, the first solution can be used in the case of the forward Q -modeling.

Therefore, using the wavenumber k given in (5), we propose an inverse- Q imaging method of GPR waves which is like a 1D weighted downward extrapolation method in the frequency domain. So the inverse Q -filtered wavefield at any depth Δz (or travel time $\Delta\tau = \Delta z/V_0$, horizontally homogenous medium) $e_x(t=0, \Delta\tau)$ is given by:

$$e_x(t=0, \Delta\tau) = \frac{1}{2\pi} \int E_x(\omega, \Delta\tau) G(\omega - \omega_r) d\omega \quad (8)$$

with

$$E_x(\omega, \Delta\tau) = E_x(\omega, 0) \exp(-ik\Delta z) \quad (9)$$

where $E_x(\omega, 0)$ represents the FT in time of the observed wavefield $e_x(t, z=0)$ at $z=0$, k is given by (5) and $G(\omega - \omega_r)$ is a Gaussian weighting function which does not taper the low frequencies, it is given by:

$$G(\omega - \omega_r) = \begin{cases} 1 & \text{for } |\omega| < \omega_r \\ \exp \left[-\frac{(\omega - \omega_r)^2}{2s^2} \right] & \text{elsewhere} \end{cases} \quad (10)$$

With s the width of the radar band pass, and ω_r is chosen to be the centre frequency of this band pass.

The bandwidth s will decrease with increasing traveltime and so the reference frequency ω_r will shift to lower frequencies, therefore the tapering function is a time-varying band limited function. The tapering function is needed because of the loss of the highest frequencies, which have been attenuated below the noise level. One

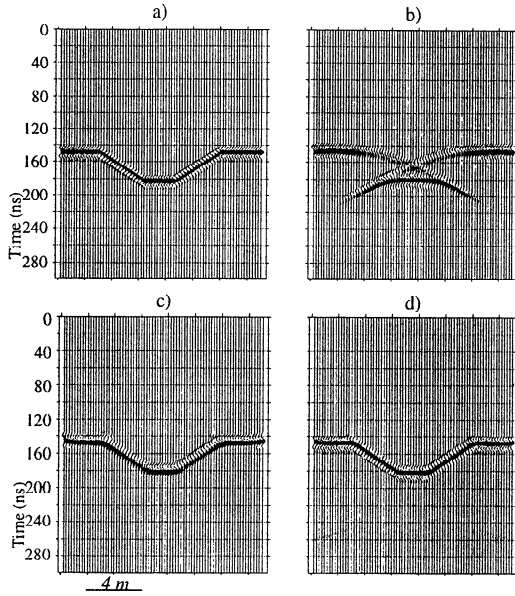


Figure 3. a) A geological model (in time) convolved with a radar pulse which has a centre frequency of 100 MHz. b) Forward- Q modeling of a) with $Q=20$ and $V_0=0.12$ m/ns. c) Stolt's migration of b) with a constant velocity of 0.12 m/ns. d) Inverse- Q migration of b) with $Q=20$ and $V_0=0.12$ m/ns. There is no vertical exaggeration in this Figure, the scale is 1:1 at 0.12 m/ns.

cannot get information from this part of the signal that has been completely destroyed.

Figure 1a shows the forward Q -modeling of a radar pulse with increasing traveltime for a fixed value of $Q=10$. The effects of attenuation results in a shift of the centre frequency to lower frequencies and the decreasing of the amplitude spectrum with increasing traveltime (Figure 1c). The intact radar pulse used for this modeling has a centre frequency of 100 MHz (see below, Figure 4a). The result of the inverse- Q imaging is shown in Figure 1b, from which

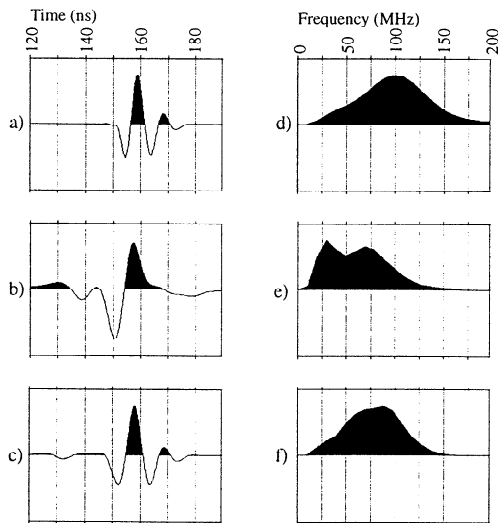


Figure 4. a) The intact radar pulse of the 20th trace of Figure 3a with a centre frequency of 100 MHz. b) The radar pulse of the 20th trace of Figure 3c (after Stolt's migration). c) The radar pulse of the 20th trace of Figure 3d (after inverse- Q migration). d), e) and f) represent the amplitude spectra of a), b) and c) respectively.

we note that the radar pulse is the same for all the traces and its centre frequency is nearly at 95 MHz (Figure 1d). Figure 2 has the same format as Figure 1, but in this case, uses real radar data. The radar data of Figure 2a were obtained with a digital PulseEKKO IV radar system and were acquired by positioning the transmitting and receiving antennas on both sides of a potash pillar in a mine using a 50 MHz radar system [Tillard, 1991]. The transmitter position was kept constant while the receiver was moved on the other side of the pillar by constant steps of 0.5 m. Consequently, the transmission angle is not constant and the recorded amplitudes would depend also on the radiation pattern which is a function of this angle. However, for small transmission angles (small offsets) these effects are negligible and are not included in our approach. The quality factor, used in the inverse- Q imaging (Figure 2b), has been determined by the method proposed by Bano [1996a] and decreases linearly from 40 to 20 with increasing travel time. The centre frequency f_r ($\omega_r = 2\pi f_r$), used to calculate the tapering function $G(\omega - \omega_r)$, is estimated directly from the data and is chosen to decrease also linearly from 50 to 30 MHz with increasing travel time (50 MHz at $t=0$ ns and 30 MHz at $t=t_{\max}$).

Inverse Q imaging in 2D

Now let us consider the two-dimensional (2D) case, the Helmholtz equation (2) can be written:

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} = -k^2 E_x(x, z, \omega) \quad (11)$$

By performing the FT of equation (11) with respect to x , one can easily obtain:

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} = (k_x^2 - k^2) E_x(k_x, z, \omega) = -k_z^2 E_x(k_x, z, \omega) \quad (12)$$

where $k_z = (k^2 - k_x^2)^{1/2}$, with $k = \beta + i\alpha$ given by equation (5). As in the 1D case, the equation (12) has also two solutions: $e^{ik_z z}$ and $e^{-ik_z z}$ [see Clearbourn, 1976]. For the inverse- Q imaging in 2D (or inverse- Q migration) we will use only the second solution.

The inverse- Q migration method developed here is akin to a weighted phase shift-migration. Hence, the inverse- Q migrated wavefield at any depth Δz (or travel time $\Delta\tau = \Delta z / V_0$, horizontally homogenous medium) $E_x(k_x, \Delta\tau)$ is given by:

$$E_x(k_x, \Delta\tau) = \frac{1}{2\pi} \int E_x(k_x, \Delta\tau, \omega) G(\omega - \omega_r) d\omega \quad (13)$$

with

$$E_x(k_x, \Delta\tau, \omega) = E_x(k_x, 0, \omega) \exp(-ik_z \Delta z) \quad (14)$$

$G(\omega - \omega_r)$ is the same tapering function as in equation (10), and $E_x(k_x, 0, \omega)$ represents the 2D FT of the observed wavefield $e_x(x, z=0, t)$ at $z=0$. Therefore, by repeating the solution of equations (13) and (14) at each time step $\Delta\tau$, we can compute the inverse- Q migrated wavefield $E_x(k_x, \tau)$. An inverse FT with respect to k_x gives the inverse- Q imaged

wavefield $e_x(x, \tau)$. However, as pointed out by Berkhout [1981], this method is unstable for high frequencies and high dip angles. Hence, at high frequencies and high angles the data will be overamplified considerably by the exponential function $e^{-ikz\Delta z}$, this would give poor images at late time for noisy data. In practice, an alternative to avoid the instability is to use a proper band-limited spatial low-pass filter [see Berkhout, 1981, p. 1649]. Therefore, to make this method stable, we use a spatial low-pass filter in which the dip angle varies from $\pi/2$ for $z=0$ to 0 for $z=z_{\max}$ [Levin, 1984]. By omitting the tapering function $G(\omega-\omega_p)$ and taking a real wavenumber ($k = \omega/V_0$), the equations (13) and (14) represent exactly the phase-shift migration of Gazdag [1978].

A numerical example of inverse- Q migration is shown in Figure 3. Figure 3a represents a synthetic model in time convolved with a radar pulse of central frequency of 100 MHz. The forward- Q modeling with $Q=20$ and $V_0 = 0.12$ m/ns is shown in Figure 3b. This figure presents a zero-offset (monostatic) synthetic GPR profile supposed to be obtained with a source-receiver pair moved on the earth's surface. If the real GPR profiles are obtained using a constant source-receiver offset (hystatic GPR profile), a normal move out (NMO) and dip move out (DMO) corrections are needed to be applied before migration [Liner and Liner, 1995]. Figure 3c shows the migration of the data in 3b using a classical method [Stolt, 1978] with a constant velocity of 0.12 m/ns. The inverse- Q migration with $Q = 20$ and $V_0 = 0.12$ m/ns is shown in Figure 3d, from which we note that the shape of the pulse is nearly the same as the shape of the loss-free pulse in Figure 3a.

This method accounts not only for a velocity depth-variable model (as in the classical phase-shift migration) but also it can account for a Q depth-variable structure, horizontally stratified (horizontally homogenous medium). As previously, the reference frequency ω_p is chosen to be the centre frequency of the radar band pass. It also shifts to lower frequencies because of the narrowing of the radar band pass with increasing traveltime.

Figure 4 represents the comparison between the radar pulse after the application of Stolt's migration (4b) and inverse- Q migration (4c) respectively. The intact radar pulse of the 20th trace of Figure 3a is shown in 4a. The amplitude spectra of each wavelet are shown in Figures 4d, 4e and 4f respectively. The amplitude of the wavelet in 4b is normalized by its maximum value, and its amplitude spectrum is calculated from this normalized wavelet (Figure 4e). It is clear from Figure 4b that after Stolt's migration the pulse shape has changed, and it seems like a mixed-phase pulse shape with a dominant frequency lower than 70 MHz (4e), consequently the amplitude spectrum has moved to lower frequencies. After the inverse- Q migration we remark that the pulse shape (4c) is nearly the same as the intact pulse in (4a), but its bandwidth is narrower and it has a dominant frequency nearly at 90 MHz (lower than 100 MHz). This is due to the application of the tapering function which is a time-varying band limited function.

Conclusions

The results presented in this paper show that absorption and dispersion of the GPR waves are aspects of wave propagation, and consequently the inverse- Q imaging (or forward- Q modeling) in 1D or 2D can be seen as a wave extrapolation process similar to classical migration techniques used in seismic processing. The two methods work in frequency domain and are like a tapering downward wave continuation (in 1D or 2D). The tapering function used here is a Gaussian, and it is a time-varying band limited function controlled by the width of radar band pass (s) and its centre frequency (ω_p). It is needed because of the attenuation of the highest frequencies below the noise level. In the case of 2D inverse- Q imaging, the stability of the method is ensured by using also a spatial low-pass filter.

Acknowledgments. Sincere thanks are due Sylvie Tillard for kindly providing me with the transmission radar data into salt. I would also like to thank two anonymous reviewers for their many constructive comments.

References

- Bano, M., Constant dielectric losses of GPR waves, *Geophys. J. Int.*, **124**, 279-288, 1996a.
- Bano, M., Q -Phase Compensation of Seismic Records in the Frequency Domain, *Bull. Seis. Soc. Am.*, **86**, 1179-1186, 1996b.
- Berkhout, A., J., Wave field extrapolation techniques in seismic migration, a tutorial, *Geophysics*, **46**, 1638-1656, 1981.
- Clearbout, J., F., *Fundamentals of Geophysical Data Processing: with application to petroleum prospecting*, McGraw-Hill, Inc., 1976.
- Davis, J. L., and Annan, A. P., Ground-penetrating radar for high resolution mapping of soil and rock stratigraphy, *Geophysical Prospecting* **37**, 531-551, 1989.
- Hargreaves, N. D., and Calvert A. J., Inverse Q filtering by Fourier transform, *Geophysics*, **56**, 519-527, 1991.
- Gazdag, J., Wave equation migration with phase-shift method, *Geophysics*, **43**, 1342-1355, 1978.
- Levin, S., A., Discussion On: «Dip limitation on migrated sections as a function of line length and recording time» by H. B. Lynn and S. Deregowski (*Geophysics*, **46**, p. 1362, October, 1981) *Geophysics*, **49**, 1804-1805, 1984.
- Liner, C. L., and Liner J. L., Ground-penetrating radar: A near-face experience from Washington County, Arkansas, *The Leading Edge*, **14**, 17-21, 1995.
- Stolt, R., Migration by Fourier transformation, *Geophysics*, **43**, 23-48, 1978.
- Tillard S., Evaluation des performances de la technique radar en prospection géophysique, *PhD Thesis*, Université Louis Pasteur, Strasbourg, 1991.
- Turner, G., 1994. Subsurface radar propagation deconvolution, *Geophysics*, **59**, 215-223, 1994.
- Ward, S. H., and Hohmann, G., W., Electromagnetic Theory for Geophysical Applications, in Nabighian, M. N., Ed., *Electromagnetic methods in applied geophysics*, Vol. 1, 131-311: Soc. Expl. Geophys., 1988.

(Received June 17, 1996; revised September 12, 1996; accepted September 12, 1996.)

research article

Modelling and filtering of surface scattering in ground-penetrating radar waves*

Maksim Bano¹, Frédéric Pivot² & Jean-Michel Marthelot¹

Introduction

Ground-penetrating radar (GPR) is a geophysical method based on the propagation, reflection and scattering of high-frequency (from 10 MHz to 1 GHz) electromagnetic (EM) waves in the subsurface (Daniels *et al.* 1988). This method is currently used to image the subsurface and has myriad applications: void detection; prediction of deterioration in railroads, airport runways and concrete; detection of archaeological objects; mapping of subsurface wastes and contaminants in environmental engineering (Owen *et al.* 1995); stratigraphic and bedrock mapping and hydrological applications (Beres & Haeni 1991; Van Overmeeren 1994); mapping faults hidden under vegetation cover (Meyers *et al.* 1996; Liner & Liner 1997). The depth of investigation depends on the frequency used and on the medium traversed by EM waves; for low-loss geological materials it does not exceed 50 m (Davis & Annan 1989).

In some cases, GPR data show strong diffraction hyperbolae due to surface objects on the ground. EM waves propagate with little attenuation in air and conductive surface objects (power lines, metallic fences) and trees are strong reflectors, so reflections from above-ground features are often present in GPR data (Sun & Young 1995). Thus, it is very important to recognize and distinguish if the diffractions are from subsurface heterogeneities (Papziner & Nick 1998) or from surface scattering and not to confuse the latter with the subhorizontal geological reflections. A method of modelling and filtering such surface scattering is presented in this paper. Migration of radar data with the free-space velocity focuses the air diffractions producing large isolated amplitudes. Subsurface reflections are overmigrated (not focused) and random

Gaussian noise is defocused and becomes more Gaussian (Harlan *et al.* 1984). After applying a filter in amplitude (threshold) to the migrated data, only the large amplitudes of the focused hyperbolae are preserved. Then the result is diffracted with the same velocity (free-space velocity) to produce synthetic air diffractions. Finally, a comparison of the synthetic air diffractions with the real data removes the surface scattering from the original data. The methodology described in this paper is tested and illustrated on two examples of GPR profiles which show strong surface scattering from objects on the ground.

Acquisition and processing of the data

GPR data were collected in the Quaternary alluvium of the upper Rhine valley (in the southern part of Alsace, near Mulhouse and Basel). This site was chosen to test the GPR imaging method on sedimentary deposits and faults hidden beneath vegetation cover. Radar profiles were obtained with a PC-based digital PulseEKKO IV radar system. The mode of acquisition was in constant offset using antennas of 100 MHz centre frequency. The transmitting and receiving antennas were perpendicular (transverse electric (TE) mode) to the profile direction, the distance between them was 1 m and the system was moved by constant steps of 0.5 m. In order to improve the signal to noise ratio we used a vertical stack of 128 measurements for each antenna position and a direct current (dc) filter was applied during the acquisition.

The processing was performed by using our interactive work-station seismic software (Siliqi 1994) which is well-adapted to the radar data (Pivot 1997). This software includes: time-zero correction, constant gain function, automatic gain function (AGC), spectral analyses, band-pass filtering, and geometrical modelling of diffractions. The time-zero correction is easily calculated by dividing the distance between the antennas by the air velocity (0.3 m ns^{-1}) of the EM waves to find the time t_{fb} (in our case $t_{fb} = 1/0.3 = 3 \text{ ns}$) and all the first break of the traces (air arrivals) were shifted to that time t_{fb} .

Figure 1 shows an example of processed common-offset radar data. An AGC of 40 ns and a band-pass filter of

¹Laboratoire Imagerie Tectonique, EOST ULP (UMR-7516), 5 rue, René Descartes, 67084, Strasbourg Cedex, France

²Present address: TOTAL, Domaine de Beauplan, Route de Versailles, 78470 St Remy les Chebreuse, France

*presented partially at 60th EAGE Meeting Leipzig, Germany (paper p113)

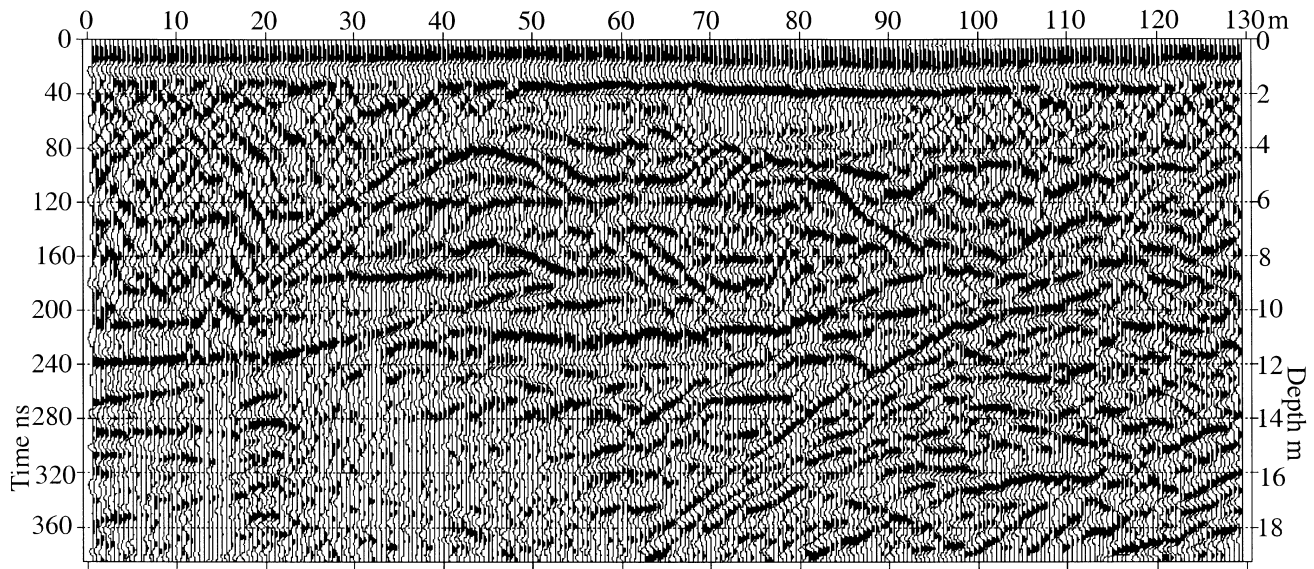


Figure 1 (a) Real radar data acquired in the southern part of Alsace using a Pulse EKKO IV with a 100-MHz antenna. Distance between antennas, 1 m; step size, 0.5 m.

4/8–100/200 MHz were used; in addition an NMO correction with a constant velocity of 0.1 m/ns was also applied. It is worth noting here that NMO correction is too small to be noticeable for the offset of 1 m and for times greater than 50 ns, so the appearance of the radar section is not changed at all at large times. The depth conversion in this figure and the others was done by using a constant velocity of 0.1 m ns⁻¹.

The travel time t from transmitting antenna (T) to the point scatterer (S) and back to the receiving antenna (R) for a diffraction point at the coordinates (x_0, z_0) is given by (see Fig. 2):

$$t(x) = t_T + t_R = \frac{\sqrt{z_0^2 + (x_0 - x + h)^2}}{V} + \frac{\sqrt{z_0^2 + (x_0 - x - h)^2}}{V} \quad (1)$$

where t_T is the time from the transmitter to the point scatterer and t_R the time from the point scatterer back to the receiver, x and h are, respectively, the coordinate of the midpoint and the half offset of the antennas, and V is the velocity of the EM waves. The coordinates of the apex of this diffraction event visible in the constant-offset radar section are (x_0, t_{\min}) with t_{\min} given by:

$$t_{\min}^2 = \frac{4z_0^2}{V^2} + \frac{4h^2}{V^2} \quad \text{or} \quad \frac{z_0^2}{V^2} = \frac{t_{\min}^2}{4} - \frac{h^2}{V^2}. \quad (2)$$

Substituting eqn (2) into eqn (1) it becomes:

$$t(x) = t_T + t_R = \sqrt{\frac{t_{\min}^2}{4} - \frac{h^2}{V^2} + \frac{(x_0 - x + h)^2}{V^2}} + \sqrt{\frac{t_{\min}^2}{4} - \frac{h^2}{V^2} + \frac{(x_0 - x - h)^2}{V^2}}. \quad (3)$$

We note that for small offset (our case $h=1$ m) and for large velocity (free-space velocity $V=0.3$ m ns⁻¹) the curve presented by eqn (3) is very close to a diffraction hyperbola, while for $h=0$ this curve is exactly a diffraction hyperbola with

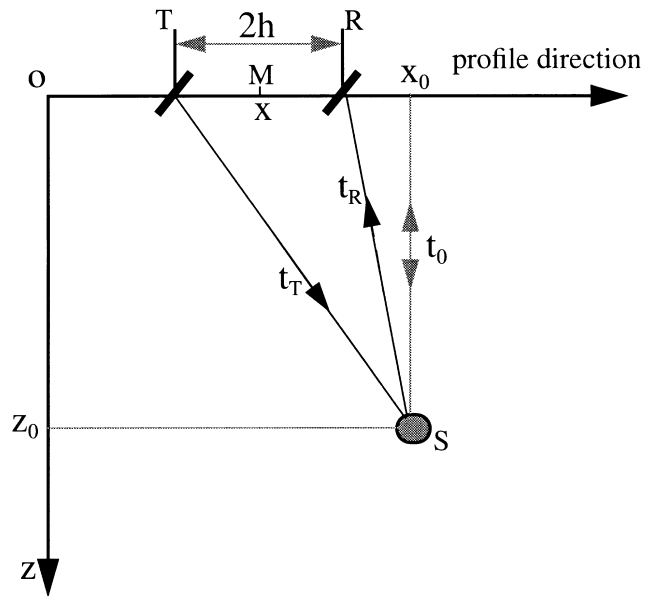


Figure 2 Schematic presentation of the travel time ($t = t_T + t_R$) from the transmitter (T) to the scatter (S) and back to the receiver (R). $M(x, 0)$ is the mid-point and h the half offset of the antennas. $t_0 = 2z_0/V$ is the two way vertical travel time of the diffraction point.

$t_{\min} = t_0 = 2z_0/V$, the two-way vertical travel time of the diffraction point (Fig. 2).

The only unknown parameter in eqn (3) is the velocity V of the EM waves. Consequently, depending on the velocity used for this simple modelling, one can easily recognize if the diffractions are from subsurface heterogeneities (including also buried objects) or from surface objects, and not confuse them with the subhorizontal geological reflections. Figure 3 represents the same data as in Fig. 1, except that the

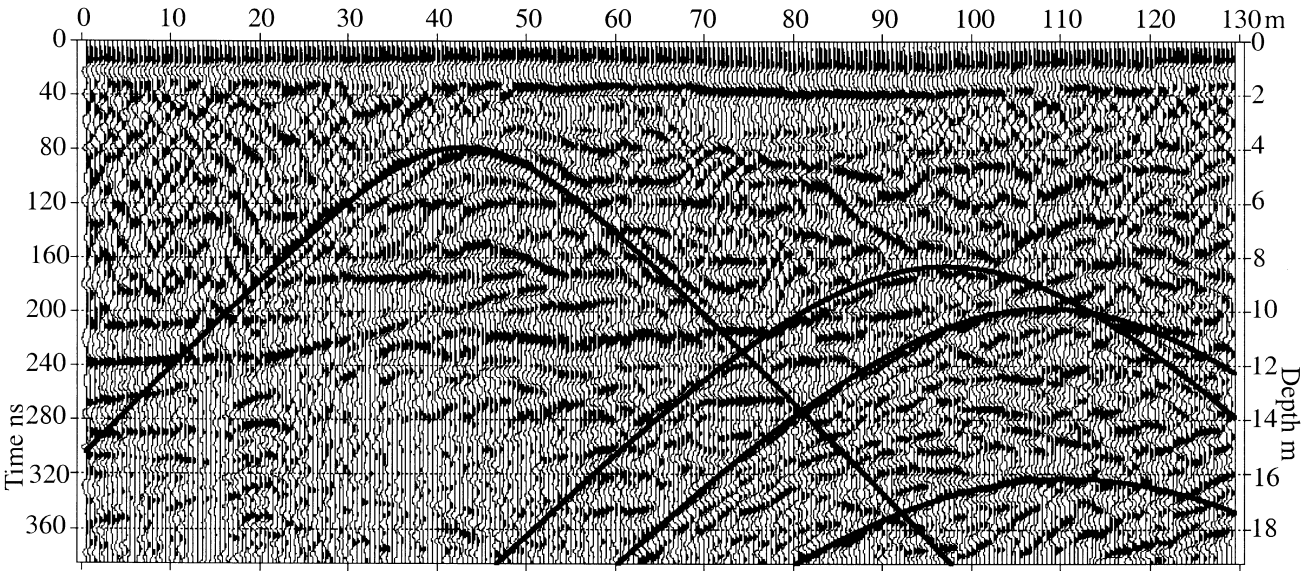


Figure 3 The same data as in Fig. 1 with diffraction from the surface scatterers; the velocity used for this simple geometrical modelling is $V=0.29\text{ m ns}^{-1}$.

geometrical modelling of some diffractions with a velocity of 0.29 m ns^{-1} is superimposed. A good analysis of recognizing surface scattering in GPR data is given by Sun & Young (1995). The air diffraction events shown in Figs 1 and 3 are produced by some trees dispersed (off line) at the right side of the profile and by some power lines located (off line) in the middle of the section.

Some factors producing the surface scattering

If in some cases we observe surface scattering in GPR data, it is because antennae radiate some energy into the air. The radiation pattern of the antenna depends on the contrast of the relative permittivity ϵ_r between air ($\epsilon_r=1.0$) and the soil. The general rule for aa infinitesimal horizontal electric dipole situated between two dielectric half-spaces (air/lossless or low-loss media) is that such a dipole radiates preferentially into the higher permittivity medium (Engheta & Papas 1982; Smith 1984; Arcone 1995). At our radar frequencies, the water has a relative permittivity ϵ_r of ≈ 81 , while the dry rock constituents of most soils have ϵ_r typically in the range 3–6. Thus the value of ϵ_r for soils will strongly depend on the water content and lies in the range 6–30. Table 1 (modified from McCann *et al.* 1988 and Beres & Haeni 1991) lists approximate values of the relative dielectric permittivities at 100 MHz for a range of geological materials. The propagation velocities of the EM waves (calculated by: $V=c/\epsilon_r^{1/2}$ with $c=0.3\text{ m ns}^{-1}$, the velocity of EM waves in free space) are also shown in this table. Therefore, an electric dipole located in a dry material (dry surface) will radiate some energy into the air. However, the radar antennae have a finite length and may be considered as a superposition of elementary electric dipoles; the 100 MHz and 50 MHz antennae have a length of 1 m and 2 m, respectively. Consequently the radiation pattern of the radar antenna is more complicated than that of an electric dipole, and whatever the dielectric contrast between the air and the soil, the energy

Table 1: Typical dielectric constant and EM velocity for a range of geological materials

Material	Relative dielectric permittivity (ϵ_r)	EM velocity (m ns^{-1})
Air	1	0.3
Fresh water	81	0.033
Sea water	81	0.033
Fresh-water ice	3–4	0.15–0.17
Sand (dry)	3–6	0.12–0.17
Sand (saturated)	25–30	0.05–0.06
Sanstone (wet)	6	0.12
Limestone (dry)	4	0.15
Limestone (wet)	8	0.11
Granite (dry)	5	0.13
Granite (wet)	7	0.11
Basalt (wet)	8	0.11
Shales (wet)	7	0.11
Clay (saturated)	8–15	0.08–0.11
Salt (dry)	5–6	0.12–0.13

radiated into the air by an antenna is larger than that radiated by an electric dipole.

Moreover, for any dielectric contrast between the air and the soil, the longer the antenna the larger is the energy radiated into the air. This is illustrated in Fig. 4, where the same radar profile acquired with different antennae of 100 and 50 MHz is shown. The 100 MHz profile does not show any diffraction events from surface objects, while the 50 MHz profile shows some of them due to the high trees at the right end of the profile (off line) and one small tree (off line) in the middle of the profile.

Another factor in surface scattering is the roughness of the ground. The height between the antenna and the ground should be less than one tenth of the wavelength, otherwise the

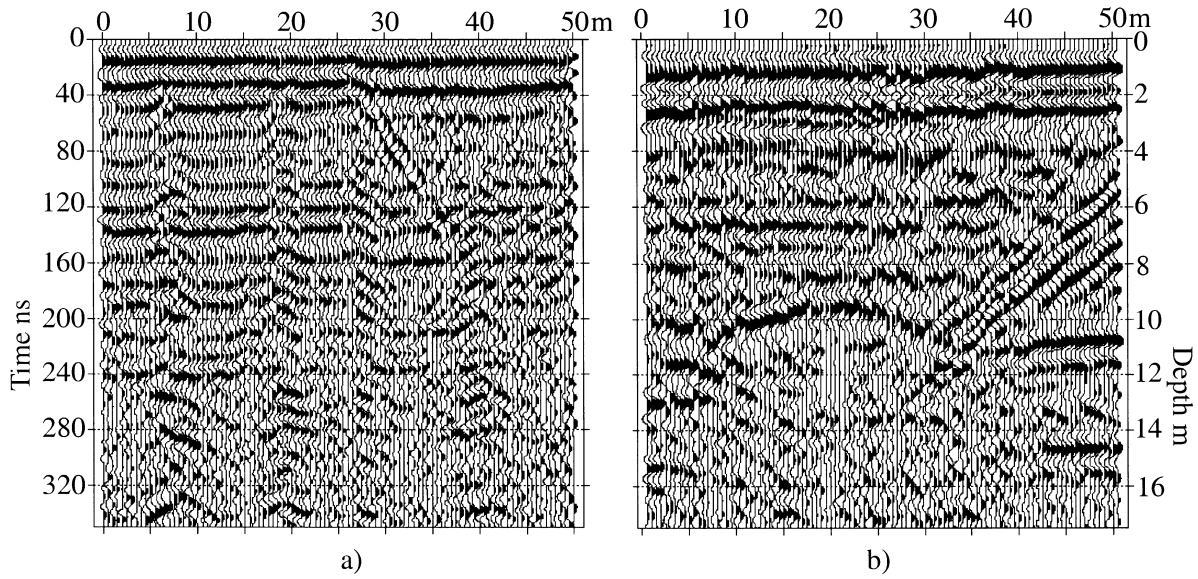


Figure 4 (a) Radar data obtained with 100 MHz antennas. (b) obtained with 50 MHz antennas. Note the air diffractions in this Fig.

radiation pattern will change (because of the presence of the air between antenna and ground) and more energy will radiate into the air (Smith 1984; Sensors & Software 1996). The probability for the surface of the ground to be locally rough is greater for a long antenna than for a small one. For the profile in Fig. 4 the surface of the ground is essentially flat for a 100-MHz antenna, while it is rough for a 50-MHz antenna, favouring the occurrence of the air diffraction hyperbolae seen in Fig. 4(b).

Modelling of surface scattering in GPR data

The 2D wave or Helmholtz equation of the vector electric field $\mathbf{e}(x, z, t)$ for an isotropic and homogenous medium is given by (Ward & Hohmann 1988):

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial z^2} = -k^2 \mathbf{E}(x, z, \omega) = -\frac{\omega^2}{V^2} \mathbf{E}(x, z, \omega) \quad (4)$$

where ω is the angular frequency, $\mathbf{E}(x, z, \omega)$ represents the Fourier Transform (FT) with respect to time of $\mathbf{e}(x, z, t)$, k is the wave number, and V is the velocity of the EM waves in the medium. Here we are interested in the EM energy which propagates into the air, and the signals travelling in the air attenuate geometrically without intrinsic attenuation and dispersion. Consequently the wavenumber k is a real constant (nonabsorbing medium) and the velocity V does not depend on frequency (non dispersive medium). Studies showing the propagation of GPR signals in an absorbing and dispersive medium (using the same eqn 5) can be found in Bano (1996) and Bitri & Grandjean (1998). Performing the FT of eqn (4) with respect to x (the profile direction) and assuming the TE mode (the electric field \mathbf{E} is polarised only in the y direction; $\mathbf{E} = (0, E_y, 0)$), one can easily obtain:

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} = (k_x^2 - k^2) E_y(k_x, z, \omega) = -k_z^2 E_y(k_x, z, \omega) \quad (5)$$

with $k_z = (k^2 - k_x^2)^{1/2} = (\omega^2/V^2 - k_x^2)^{1/2}$ the wave number in z direction. Equation (5) has two solutions: $e^{ik_z z}$ and $e^{-ik_z z}$

(Claerbout 1976). The first solution is a wave propagating down the z axis and the second is an upgoing wave. Therefore, knowing the 2D FT $E_y^{real}(k_x, 0, \omega)$ of the observed electric field $e_y^{real}(x, 0, t)$ at $z=0$ one can easily find the electric field $e_y(x, \Delta\tau, t=0)$ at any depth $\Delta\tau = 2\Delta z/V$ using seismic imaging (migration) techniques such as Stolt's (1978) or phase-shift (Gazdag 1978) methods. Hereafter we use the phase-shift method for both imaging and forward modelling in a homogenous medium (constant velocity).

The approach used for modelling of surface scattering is similar to the one used by Harlan *et al.* (1984) for the determination of the best seismic migration velocity by focusing of subsurface diffractions. Migration of radar data with the free-space velocity (we used a velocity of 0.29 m ns^{-1} for the migration of Fig. 1) will focus the air diffractions; however, reflections from geological beds will be overmigrated (not focused) and noise will be defocused. Let $e_y^{mig}(x, \tau) = e_y^{mig}(n\Delta x, k\Delta\tau)$ be the radar section after the migration, with Δx and $\Delta\tau$ the step size (0.5 m) and sample rate in time (0.8 ns), respectively. We calculate the standard deviation σ of the migrated section as follows:

$$\sigma^2 = \frac{1}{(N_x N_\tau)} \sum_{n=1}^{N_x} \sum_{k=1}^{N_\tau} [e_y^{mig}(n\Delta x, k\Delta\tau) - M]^2 \quad (6)$$

where M is the mean value given by:

$$M = \frac{1}{(N_x N_\tau)} \sum_{n=1}^{N_x} \sum_{k=1}^{N_\tau} e_y^{mig}(n\Delta x, k\Delta\tau) \quad (7)$$

with N_x and N_τ being the number of traces and the number of time samples, respectively, of the migrated section. A filter in amplitude (threshold) is applied to the migrated data, such that only the amplitudes larger than 4σ are kept. The filtered radar section $e_y^{thresh}(x, \tau)$ is given by:

$$e_y^{thresh}(x, \tau) = \begin{cases} e_y^{mig}(x, \tau) & \text{if } |e_y^{mig}(x, \tau)| > 4\sigma \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases} \quad (8)$$

In order to eliminate aberrant isolated values of the radar section $e_y^{thresh}(x, \tau)$, a median filter over a sliding time window is applied to these data. The filtered radar section $e_y^{thresh}(x, \tau)$, which now contains the position of the surface point scatterers, is normalized trace-by-trace by the peak amplitude of each trace. The result is then diffracted (forward modelling or inverse of migration) with the air velocity to produce the synthetic surface diffraction $e_y^{synth}(x, \tau)$. The forward modelled surface diffractions using a phase-shift method with a velocity of 0.29 m ns^{-1} are shown in Fig. 5; a band-pass filter of 4/8–100/200 MHz has also been applied to this section. Figure 6 represents the superposition of air diffractions (in black) on the positive amplitudes of the real data (in red). Figure 7 shows another example of the multiple surface scattering observed in real data. These data were collected using 100 MHz antennas

along a rough road, surrounded by trees. The surface of the road is covered by conductive loess that prevents the GPR signals from travelling into the earth. The processing of these data is the same as in Fig. 1 except for NMO correction. The superposition of air diffractions (in black) with the positive amplitudes of the real data (in red) is represented in Fig. 7(b). From this latter figure (and from Figs 1, 3 and 6) one can note the good fit of the travel time between the air synthetic diffractions and the surface scattering observed in the real data.

Suppression of air diffractions

Once the modelling of the air diffractions has been performed, one could think that the removal of surface scattering could be

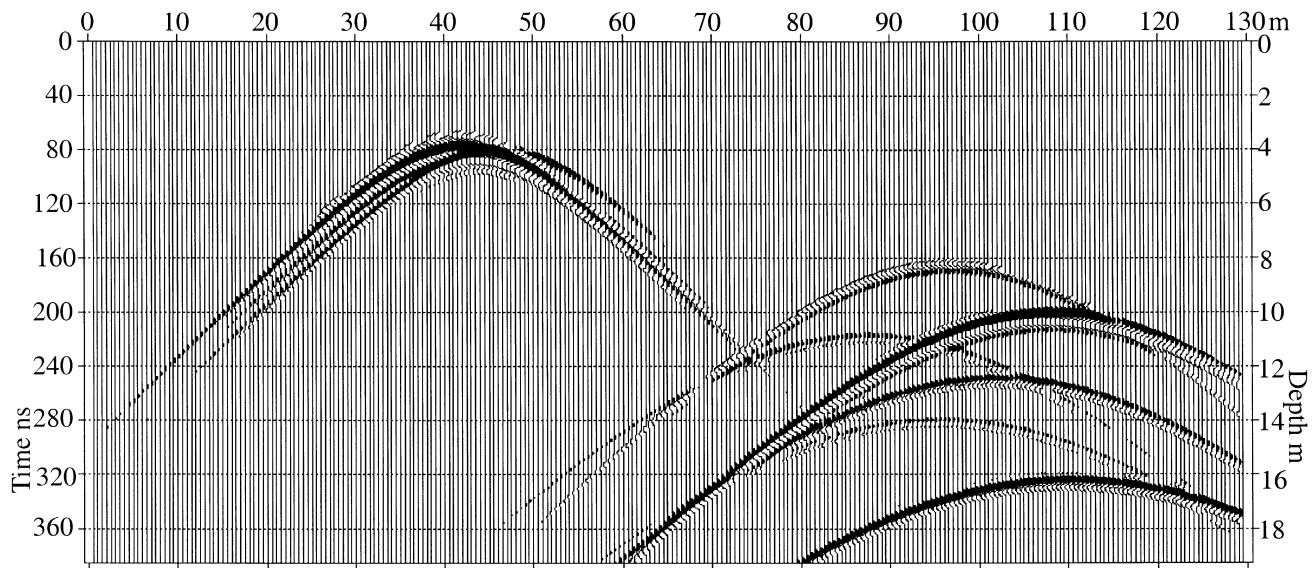


Figure 5 Modelling of surface diffractions using a phase-shift method with a constant velocity of 0.29 m ns^{-1} .

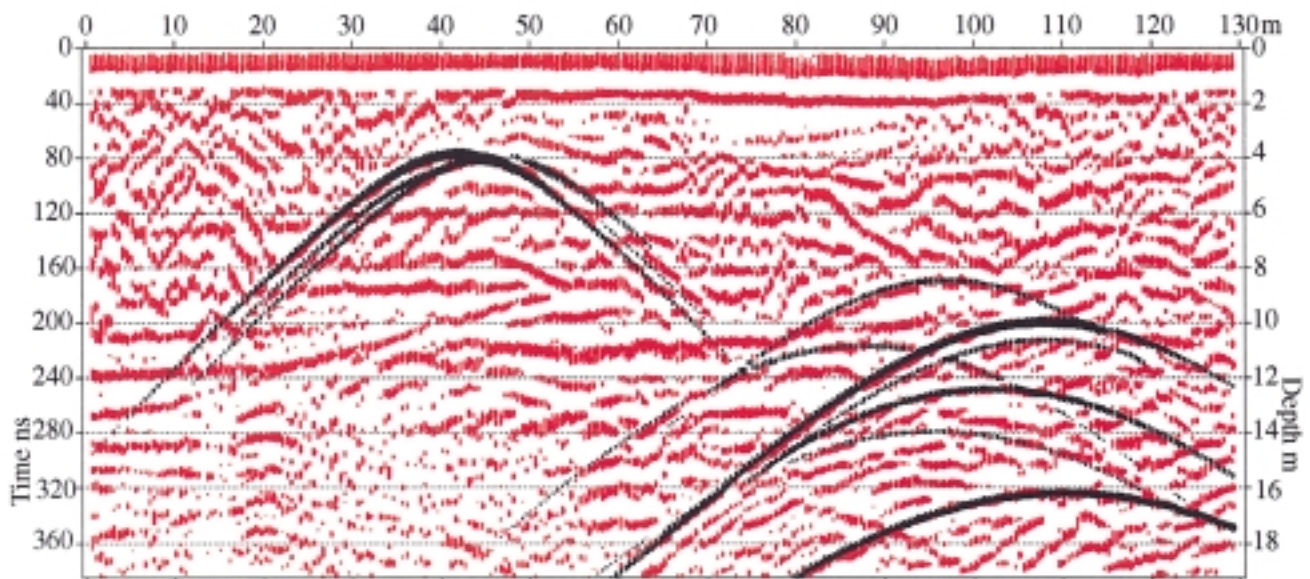


Figure 6 Real radar data with synthetic diffractions superimposed: positive amplitudes of the data of Fig. 1 (red) and positive amplitudes of the synthetic surface diffractions of Fig. 3 (black).

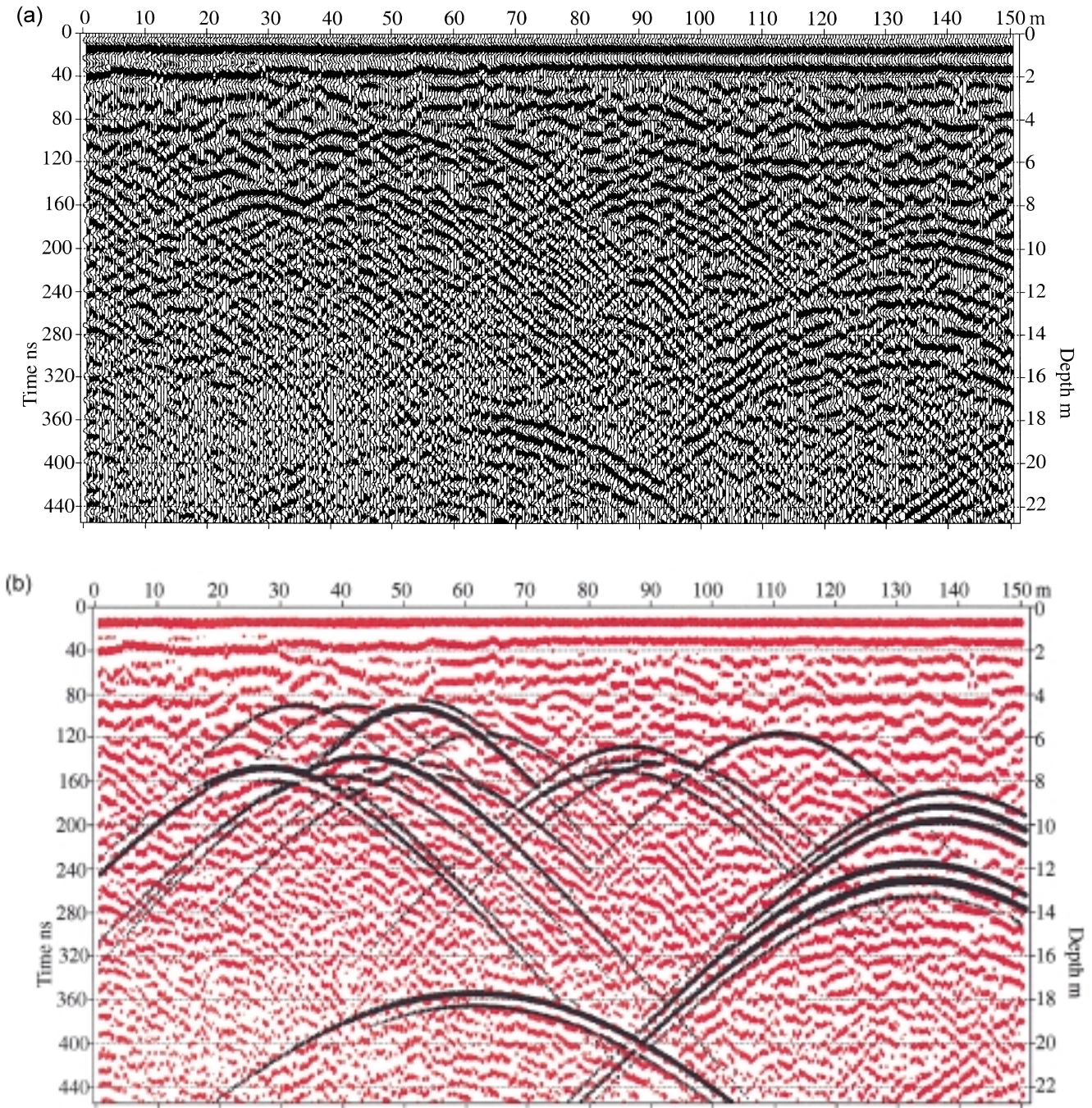


Figure 7 (a) Another example of real radar data in which multiple surface scattering is dominant. (b) Positive amplitudes of the real data (red), and positive amplitudes of the synthetic surface diffractions (black).

effected by a simple arithmetic subtraction from the real data (Fig. 1) of the synthetic diffractions (Fig. 5). But the amplitude and the shape of the signal in the synthetic data (Fig. 5) are different from the one in the real data (Fig. 1), so a simple subtraction would not give a good result. Thus, instead of carrying out a simple subtraction to remove the surface scattering from the real data, we compare the latter with the synthetic data. The comparison is made by using the product of the two data sets (real $e_y^{real}(x, \tau)$ and synthetic $e_y^{synth}(x, \tau)$ data) as follows:

$$e_y^{filt}(x, \tau) = \begin{cases} e_y^{real}(x, \tau)/scale & \text{if } e_y^{real}(x, \tau)e_y^{synth}(x, \tau) > 0 \\ e_y^{real}(x, \tau) & \text{elsewhere} \end{cases} \quad (9)$$

where $e_y^{filt}(x, \tau)$ is the radar section cleaned of surface scattering, and $scale$ is a scale factor determined by the user (we used a value equal to the maximum of $e_y^{real}(x, \tau)$). The result of this comparison between the data in Figs 1 and 5 is represented in Fig. 8. The surface scattering eliminated from the real data is shown in red, and the filtered real data $e_y^{filt}(x, \tau)$ now cleaned of air diffractions in black.

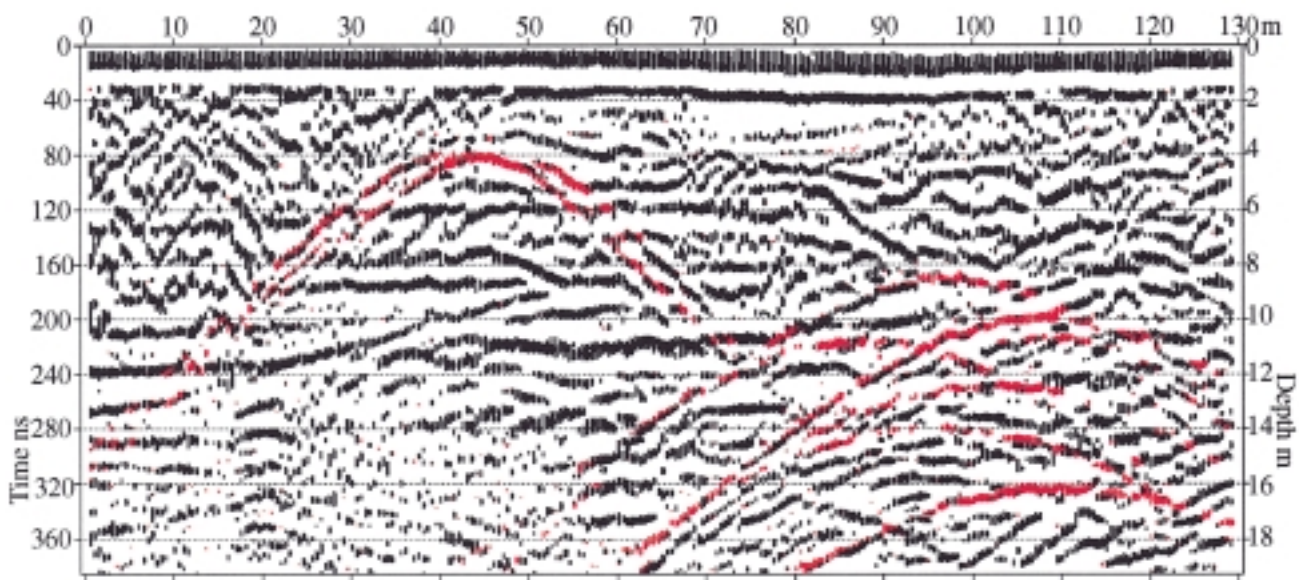


Figure 8 Positive amplitudes of the 'difference' between Figs 1 and 5 (black), and the filtered positive amplitudes of the surface diffractions (red).

Conclusions

Surface objects such as power lines, metallic fences, trees and corners of buildings are strong reflectors and can produce strong scattering that masks the reflections from the subsurface in GPR data. Using a simple technique based on geometrical modelling, one can easily recognize whether the diffractions are really from surface objects and not confuse them with subhorizontal reflections from bedrocks. The NMO correction of constant offset GPR data is insignificant for small offset (in our case 1 m) and large velocity (free-space velocity). Thus, zero offset imaging techniques (direct and forward modelling), as in the seismic case, can be used to model the air diffractions shown in constant offset GPR data. Once the modelling of the air diffractions is performed, one can use them as a mask to remove the real surface diffractions observed in the real GPR data.

Acknowledgements

The ground-penetrating radar system was borrowed from Ecole de Physique du Globe de Strasbourg. Field work was supported by the Institut de Protection et de Sécurité Nucléaire (IPSN). G. Marquis and B. Nivière have participated during the acquisition of the data.

References

Arcone, S.A. [1995] Numerical studies of the radiation patterns of resistivity loaded dipoles. *Journal of Applied Geophysics* **33**, 39–52.

Bano, M. [1996] Modeling and Inverse Q imaging of GPR waves in 1 and 2D. *Geophysics Research Letters* **23** (22), 3123–3126.

Beres, M. Jr and Haeni, F.P. [1991] Application of ground penetrating radar methods in hydrogeologic studies. *Ground Water* **29**, 375–386.

Bitri, A. and Grandjean, G. [1998] Frequency-wavenumber modelling

and migration of 2D GPR data in moderately heterogeneous dispersive media. *Geophysical Prospecting* **46**, 287–301.

Claerbout, J.F. [1976] *Fundamentals of Geophysical Data Processing with Application to Petroleum Prospecting*. McGraw-Hill, Inc., New York.

Daniels, D.J., Gunton, D.J. and Scott, H.F. [1988] Introduction to subsurface radar. *IEE Proceedings* **135**, 278–320.

Davis, J.L. and Annan, A.P. [1989] Ground-penetrating radar for high resolution mapping of soil and rock stratigraphy. *Geophysical Prospecting* **37**, 531–551.

Engheta, N. and Papas, C.H. [1982] Radiation patterns ofterfacial dipole antennas. *Radio Science* **17**, 1557–1566.

Gazdag, J. [1978] Wave equation migration with phase-shift method. *Geophysics* **43**, 1342–1355.

Harlan, W.S., Claerbout, J.F. and Rocca, F. [1984] Signal/noise separation and velocity estimation. *Geophysics* **49**, 1869–1880.

Liner, C.L. and Liner, J.L. [1997] Application of GPR to a site investigation involving shallow faults. *Leading Edge* **16**, 1649–1651.

McCann, D.M., Jackson, P.D. and Fenning, P.J. [1988] Comparison of seismic and ground probing radar methods in geological surveying. *IEE Proceedings* **135**, 380–390.

Meyers, R.A., Smith, D.G., Jol, H.M. and Peterson, C.D. [1996] Evidence for eight great earthquake-subsidence events detected with ground-penetrating radar, Willapa barrier, Washington. *Geology* **24** (2), 99–102.

Owen, T.E. (ed.) [1995] Special issue on ground penetrating radar. *Journal of Applied Geophysics* **33**, 1–3.

Papziner, U. and Nick, K.P. [1998] Automatic detection of hyperbolas in georadargrams by slant-stack processing and migration. *First Break* **16**, 219–223.

Pivot, F. [1997] Construction géométrique de réflecteurs en sismique réflexion profonde. *PhD Thesis*, Strasbourg, p. 214.

Sensors and Software Inc. [1996] 'Discrete' versus 'Continuous' GPR

Measurements. *Ekko Update*. Published by Sensors & Software Inc., Canada.

Siliqi, R. [1994] Elaboration du traitement et interprétation d'une expérience de sismique réflexion 3D à l'échelle de la croûte dans les Pyrénées (ECORS 2.5D), *PhD Thesis*, Strasbourg, p. 245.

Smith, G.S. [1984] Directive properties of antennas for transmission into a material half-space. *IEEE Transactions* **32**, 232–247.

Stolt, R. [1978] Migration by Fourier transformation. *Geophysics* **43**, 23–48.

Sun, J. and Young, R.A. [1995] Recognizing surface scattering in ground-penetrating radar data, *Geophysics* **60**, 1378–1385.

Van Overmeeren, R.A. [1994] Georadar for hydrology. *First Break* **12**, 401–408.

Ward, S.H. and Hohmann, G.W. [1988] Electromagnetic Theory for Geophysical Applications. *Electromagnetic Methods in Applied Geophysics*, M. N. Nabighian (Ed.), Vol 1, pp. 131–311. SEG, Tulsa, OK.

MS received July 1998, revised November 1998, accepted December 1998

Ground penetrating radar study of dry aeolian environment

Maksim Bano* *Laboratoire Imagerie Tectonique, EOST ULP (CNRS; UMR-7516), 5 rue René Descartes, 67084, Strasbourg Cedex, France*

Ph. Düringer, J.F. Ghienne, and M. Schuster; *CNRS, 1 rue Blessig 67084, Strasbourg Cedex, France*

Summary

In January 1999 a series of Ground Penetrating Radar (GPR) profiles were acquired in the Sahara north of N'Djamena in Tchad. The primary objective of these profiles was to image the geometry of Quaternary sedimentary deposits in dry environment.

We acquired several GPR profiles over an aeolian structures and show here one example of GPR data collected over a sand dune. We report the methodology of GPR acquisition and processing and try to explain the origin of the strong reflections observed in the case of a sand dune.

Introduction

GPR is a high-frequency (from 10 MHz to 1 GHz) electromagnetic (EM) method that provides high-resolution images of near-surface structure (Davis and Annan, 1989). GPR has been used for a variety of tasks like finding ice or permafrost thicknesses, detecting subsurface cavities, buried channels and tunnels, mapping contamination plumes, detecting buried objects in archaeological surveys, determining the thicknesses of soil horizons and depth to water table (Sato and Versteeg, 1998).

In this study we show the methodology of the data acquisition over a dry sand dune. In general the GPR data show some clutter noise (continuous flat reflections) caused by waves bouncing back and forth between the antennas and by multiple reflections between the antenna and the ground surface. Therefore, in order to enhance the steep dip reflections, it is necessary to filter out the time invariant background signal. A discussion about the origin of the reflectivity and the reflection coefficient, inside a dry sand dune, is also shown.

Data acquisition

GPR data were collected in a dry aeolian environment of the Tchad desert. Radar profiles were acquired using the Sensors and Software Pulse EKKO 1000 GPR system equipped of shielded antennae. The mode of acquisition was in constant offset, the transmitting and receiving antennas were perpendicular (transverse electric (TE) mode) to the profile direction. In order to improve the signal to noise ratio we used a vertical stack of 64 measurements for each antennae position.

We have tested two sets of antennas. The result of this test is shown in Figure 1. The profile of Fig. 1a is obtained using the

225 MHz antennas while the one in Fig. 1b is obtained using the 450 MHz antennas. The sampling interval rate was respectively 0.4 and 0.2 ns. The distance between antennas was 0.5 m for 225 MHz and 0.25 m for 450 MHz and the system was moved by constant steps of respectively 0.25 m and 0.125 m for each antenna set.

Note that the depth of investigation in both cases is nearly the same and the vertical resolution is much better in Fig. 1b than in Fig. 1a. Using a constant velocity of 0.15 m/ns (which is a reasonable value for dry sand) the wavelength for each dominant frequency (225 and 450 MHz) is respectively 0.66 m and 0.33 m. In the presence of noise the vertical resolution is assumed to be half of the wavelength. Therefore the vertical resolution for the 450 MHz antennae is equal to 0.16 m. The lateral continuity is also much better compared to 225 MHz antennas. Consequently we decided to perform the acquisition of all the data with the 450 MHz antennas.

Data processing

The first events (see the first breaks in Fig. 1) in the GPR images are the direct air waves followed by the direct ground waves. This is because the EM velocity in air (the speed of light = 0.3 m/ns) is much faster than in other materials. Thus, the waves traveling directly between two antennas are the first to arrive. The Pulse EKKO 1000 GPR system is very stable and the time of the air waves is not drifting, but all first breaks are shifted down by the same quantity. Therefore, in order to adjust the timezero, all we need is to shift up the air waves by a constant quantity.

The GPR data always show a low frequency component (herein referred as Direct Current, DC) that depends on the ground conditions (conductive and/or wet materials). To correct for the DC component a running average filter is applied to the data. The anti-DC filter has a length of 5 and 2.5 ns respectively for Figs. 1a and 1b. An AGC of the same length is also applied.

In general the GPR data show some clutter noise (continuous flat reflections) caused by breakthrough between the shielded antennas and by multiple reflections between the antenna and the ground surface (Daniels, 1996). The time invariant background signal is always parallel to the direct air waves (see Fig. 1) and become much stronger after the application of AGC. Therefore, in order to reinforce the steep dip reflections presented in Fig. 1, it is essential to filter out the continuous flat reflections. This is done by using a running average filter over a number of traces to calculate an average trace. That is then subtracted from the central trace of the sliding window.

GPR study of dry aeolian environment

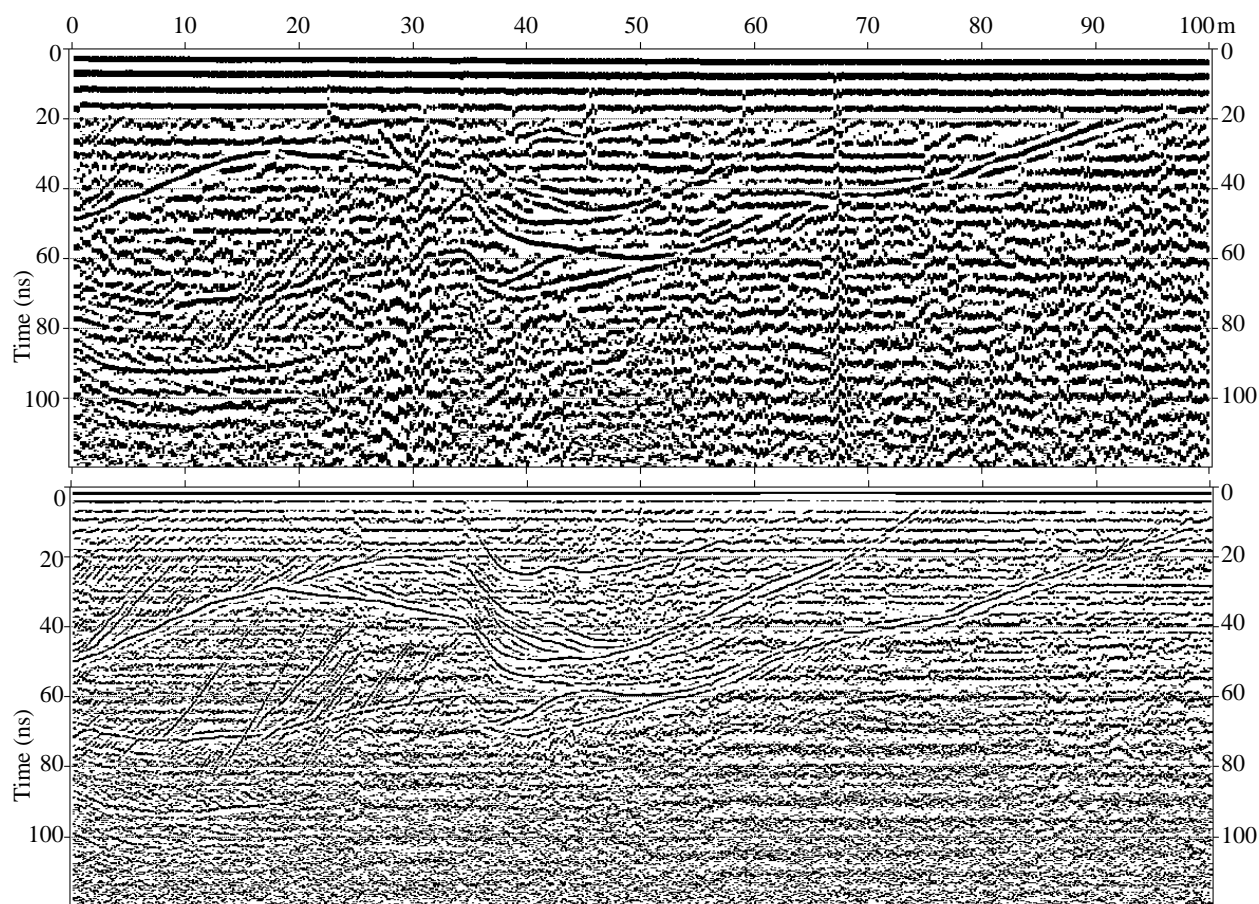


Figure 1. Examples of radar sections acquired over an aeolian dune using a Pulse EKKO 1000 GPR system a) with a 225 MHz antennae set and b) with a 450 MHz antenna set. Note the higher reflectivity and a better vertical resolution and lateral continuity compared to the data in a). An AGC of 5 and 2.5 ns is applied respectively on both sections.

For the first window the average trace is subtracted from all the traces of the first half window length, while for the last window the average trace is subtracted from all the traces of the last half window length. The moving window has a length of 51 and 101 traces (corresponding to 12.5 m) respectively for the 225 and 450 MHz data.

In order to correctly position the reflections it is necessary to apply the topographic corrections. This is shown in Figure 2 where an AGC of 5 and 2.5 ns and a constant gain are also applied to each section. The topographic corrections and the depth conversion of the time axis, in Figure 2, are performed using a constant velocity of 0.15 m/ns which corresponds to a value of 4 for the relative permittivity (see Table 1 below). The datum plane (0 m) is chosen as the top of the dune (at $x=8$ m).

Origin of the reflections

The studied dune (Fig. 2) is growing toward the left and its front is dipping to the left at an angle (α) of about 15 to 20 degrees.

It is composed of very fine sand (0.02-0.06 mm diameter) that is moved (from the right to the left) easily by the wind. Lower to the right hand side of the dune the sand become more and more coarse (0.2-2.0 mm diameter).

The steep reflections on the upper left part (between 10 and 50 ns) show a dip ($p = dt/dx = V \sin \alpha / 2$) of about 4.5 ns/m which gives an angle of 20 degrees. Thus, it seems that these reflections are coming from the past positions of the dune's fronts.

The reflection indicated by three arrows in Fig. 2 presents the base of the dune which is roughly flat and consists of pebbles (above 2.0 mm diameter). The depth of the base is about at 6 m from the top of the dune. Just under the bottom of the dune there is a silty sandstone layer composed of very fine wet sand. On the center of the section, one can see a small dune (the second arrow) which has been moving and growing leftwards. The steep dip reflections (between 40 and 80 ns) are probably also coming from past fronts (composed also of very fine sand) of this dune.

GPR study of dry aeolian environment

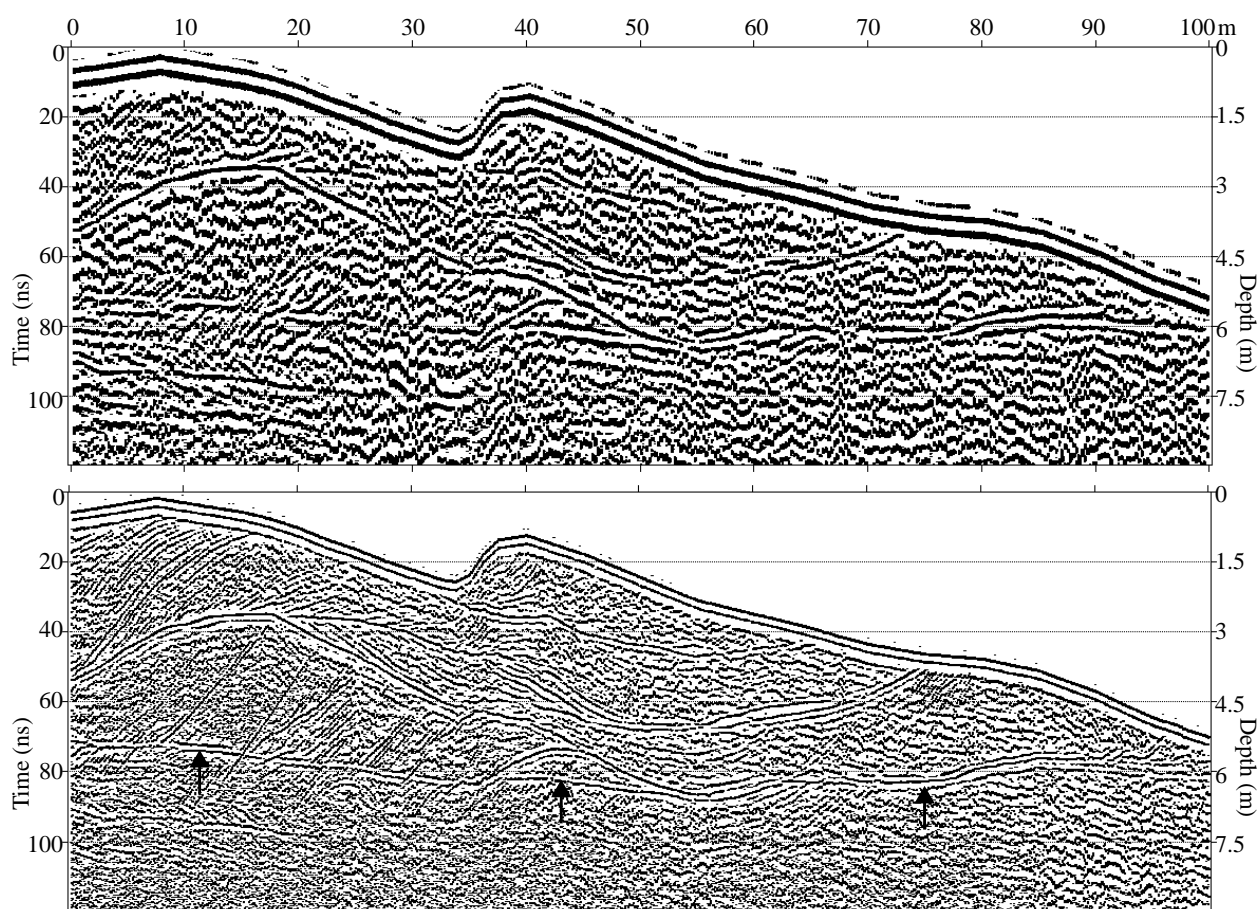


Figure 2. The same data as in Fig. 1 but a filter of the horizontal reflection and the topographic corrections are applied. The topographic corrections and the depth conversion of the time axis are performed using a constant velocity of 0.15 m/ns which is a reasonable value for the dry sand dunes. An AGC of 5 and 2.5 ns and a constant gain are also applied respectively on both sections.

During a sandstorm (that may last one to several days) the dune grows rapidly and its front might move from one to a few meters. The lateral distance between two steep reflections (see the first arrow) is approximately 7 m, indicating that the front of the dune has moved during a sandstorm which probably has lasted some days.

The quiet weather (just windy) in the desert may last from a few days to a month and during that period the dune moves very slowly and only the very fine sand is displaced and deposited to the front of the dune to form a layer of a few centimeters thick (remember that the vertical resolution for the 450 MHz frequency is 16 cm). At night the front and the surface of the dune absorb the ambient humidity and become more compact. The dielectric contrast between the dry and wet sands causes the present-day reflections from the base of the dune and from the fronts and the surfaces of the old dunes located within it (see below the discussion about the dielectric constant and the reflection coefficient).

Table 1

<i>Material</i>	<i>Relative permittivity (κ)</i>	<i>EM velocity (m/ns)</i>
Fresh water	81	0.033
Sand (dry)	3-6	0.12-0.17
Sand (wet)	8-20	0.067-0.10
Sand (saturated)	25-30	0.055-0.06
Sandstone (dry)	3-4	0.15-0.17
Sandstone (wet)	5-9	0.10-0.13
silt	5-30	0.055-0.13

GPR study of dry aeolian environment

Dielectric constant of sandy soil

The relative permittivity (κ) of the dry sand lies in the range 3 to 6 (Davis and Annan, 1989; Beres & Haeni, 1991; Daniels, 1996). Table 1 lists approximate values of the relative permittivities at 100 MHz and the EM propagation velocities (calculated by: $V=c/\kappa^{1/2}$ with $c = 0.3$ m/ns, the velocity of EM waves in free space) for the water and a range of sandy materials. As shown from this table the relative permittivity for moist sandy soils increases with increasing water content and lies in the range 5 to 30. When two materials are mixed, the bulk relative permittivity (κ) of the mixture falls between the dielectric constants of the components, very roughly in proportion to their weighed volume fraction (Guéguen and Palciauskas, 1992). Many mixing formulas for the bulk permittivity of the moist soils have been reported in the literature (Wang and Schmugge, 1980). We choose here to consider the formula given by Birchak *et al.*, (1974):

$$\sqrt{\kappa} = (1 - f_w)\sqrt{\kappa_s} + f_w\sqrt{\kappa_w} \quad (1)$$

Here κ_s and κ_w are the relative permittivity respectively of the matrix (in our case sand) and the fluid content (water), and f_w is the volume fraction of the fluid content. The bulk relative permittivity increases slowly with increasing moisture content at first; beyond some transition value it increases more rapidly. The transition value is between 0.16 and 0.33 volumetric water content; in general finer grain sizes have higher transition values (Zent *et al.*, 1990). Taking $f_w = 0.09$ for a mixture of dry sand ($\kappa_s = 5$) and water ($\kappa_w = 81$) one can find a bulk relative permittivity of 8. An increasing of 2.5% of volume water ($f_w = 0.115$) will give a value of 9 for the bulk relative permittivity.

Reflection coefficient and discussion

The reflection coefficient of radar waves is related to the dielectric contrast (neglecting the magnetic permeability contrast) between two media. For the normal incidence upon an interface between two homogeneous dielectric half-spaces of dielectric constants of κ_1 and κ_2 , the reflection coefficient (ρ) is given by Fresnel's equation (Stratton, 1941):

$$\rho = \frac{\sqrt{\kappa_1} - \sqrt{\kappa_2}}{\sqrt{\kappa_1} + \sqrt{\kappa_2}} \quad (2)$$

The reflection coefficient of an interface between dry ($\kappa_1 = 5$) and wet sand ($\kappa_2 = 8$) has a negative value of 0.11. Adding 2.5% of water into the wet sand would increase the reflection coefficient from 0.11 to 0.14, an increase of over 25%. That explains the strong reflections from the base (wet silt) of the actual dune, and the reflections from the fronts (very fine wet sand) and the surfaces (fine wet sand) of the old dunes located within the present-day dune.

Conclusions

We have shown that GPR is an efficient method to image the interior of a dry sand dune. The 450 MHz frequency gives a better vertical resolution and lateral continuity compared to the 225 MHz frequency. In order to enhance the steep dip reflections, it is necessary to filter out the time invariant background signal. Many strong reflections are observed inside the present-day dune. The strong reflectivity is explained by the dielectric contrast between the dry and wet sands. An addition by 2.5% of volume water into the wet sand would increase the reflection coefficient of over 25%.

Acknowledgments

We are particularly indebted to Mr. Michel Brunet who gave us the possibility to make the acquisition of the radar data during a paleontologic mission in Tchad.

References

- Beres, M. Jr. and Haeni, F. P., (1991) Application of ground penetrating radar methods in hydrogeologic studies, *Ground Water*, **29**, 375-386.
- Birchak, J. R., Gardener, C. G., Hipp, J. E. and Victor, J. M., (1974). High dielectric constant microwave probes for sensing soil moisture, *Proc. IEEE*, **62**, 93-98.
- Daniels, D. J., (1996). *Surface Penetrating Radar*, published by the Institution of Electrical Engineers (IEE), London, United Kingdom., pp. 300.
- Davis, J. L. and Annan, A. P., (1989). Ground-penetrating radar for high resolution mapping of soil and rock stratigraphy, *Geophysical Prospecting*, **37**, 531-551.
- Guéguen, Y. and Palciauskas, V., (1992). *Introduction à la Physique des Roches*, Hermann Editeurs des Sciences et des Arts, Paris, 312 pp.
- Zent, A. P., Fanale, F. P. and Roth, L., E., (1990). Possible martian brines: radar observation models, *J. Geophys. Res.*, Vol. **95**, Nr. B9, 14531-14542
- Stratton, J. A., (1941). *Electromagnetic Theory*, McGraw-Hill, New York.
- Sato, M. and Versteeg, R. (Eds.), (1998). Special issue on ground penetrating radar (GPR'96), *J. Appl. Geophys.*, **40**, 1-3.
- Wang, J. R. and Schmugge, T. J., (1980). An empirical model for the complex dielectric permittivity of soils as a function of water content, *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, **GE-18**, 288-295.

Investigating alluvial and tectonic features with ground-penetrating radar and analyzing diffractions patterns

Maksim Bano ^{a,*}, G. Marquis ^a, B. Nivière ^a, J.C. Maurin ^a, M. Cushing ^b

^a *Laboratoire Imagerie Tectonique, EOST ULP (UMR-7516), Inst. de Physique du Globe, Université Louis Pasteur, 5 rue René Descartes, 67084, Strasbourg Cedex, France*

^b *Institut de Protection et de Sécurité Nucléaire, B.P. 6, 92265 Fontenay aux Roses Cedex, France*

Received 10 August 1998; accepted 21 July 1999

Abstract

Ground-penetrating radar (GPR) experiments were conducted on a Quaternary sedimentary (made up of gravel, sand and loess) site to image the structures and tectonic features. Two sets of antennae, 50 and 100 MHz, have been tested in a water saturated alluvial deposits (mostly sand and gravel). The 100 MHz antennae provided adequate penetration depth and allowed better lateral continuity and resolution of the subsurface targets than the 50 MHz antennae. Results show that most of GPR data are contaminated by strong diffraction hyperbolae caused by above-ground objects near the survey line. Therefore, it is very important to recognize the diffractions through air and not to confuse them with the reflections from underground geologic features. Despite the air diffraction problem, the GPR data allow us to prospect subsurface sedimentary and tectonic structures. Water table, channels and meander bars are observed on GPR data. Most of these observations are correlated with borehole and trench data. © 2000 Elsevier Science B.V. All rights reserved.

Keywords: GPR; Geologic interpretation; Scattering; Frequency–wavenumber modeling

1. Introduction

Ground-penetrating radar (GPR) is a geophysical method based on the propagation, reflection and scattering of high frequency (from 10 MHz to 1 GHz) electromagnetic (EM) waves in the earth (Daniels et al., 1988). This method is currently used to image the subsurface, and its fields of application are numerous. Some geophysical applications may be found in a

special issue edited by Owen (1995). Examples of stratigraphic and bedrock mapping are shown by Beres and Haeni (1991). The GPR method is also used in locating shallow subsurface faults (Cai et al., 1996; Liner and Liner, 1997). GPR reflections indicating buried scarps are shown by Meyers et al. (1996). The depth of investigation depends on the EM attenuation of the medium and the frequency used. The lower the frequency, the greater the penetration depth, which varies from a few meters in conductive materials to 50 m for low conductivity (less than 1 mS/m) media (Davis and Annan, 1989).

* Corresponding author. Fax: +33-88-616747; E-mail: maksim@rhodo.u-strasbg.fr

The vertical resolution depends on the frequency used and the physical properties of the subsurface, it varies from 0.15 to 0.76 m for frequencies of 200–250 MHz (Jol, 1995).

In July 1997, a series of GPR lines were acquired in the seismically active Rhine valley in eastern France. The aims were to image the geometry of Quaternary sedimentary deposits and identify possible fault segments under vegetation cover. Most GPR data show strong diffraction hyperbolae caused by above-ground objects. EM waves propagate with little attenuation through air, whereas conductive objects (power lines, metallic fences), as well as trees and buildings are strong reflectors. Therefore, reflections from above-ground objects are commonly present in GPR data collected with unshielded antennae (Sun and Young, 1995). This paper presents examples of GPR data with surface-scatter contamination and provided some ways of distinguishing it from true reflections from the subsurface.

2. Data acquisition and processing

GPR data were collected in the Quaternary alluvium of the upper Rhine valley (southern part of Alsace, between the cities of Mulhouse and Basel), most of the time in Würmian (120 ka) gravels (Théobalt, 1948). This site was chosen to test the GPR imaging method on alluvial deposits and possible shallow faults beneath a vegetable cover. Radar profiles were obtained with a PC-based digital Pulse EKKO IV GPR system. The mode of acquisition was constant offset with the transmitting and receiving antennae perpendicular to the profile direction. In order to improve the signal-to-noise ratio, we used a vertical stack of 128.

2.1. Choice of antenna

Initially, we compared the performance of 50 and 100 MHz antennae on alluvial deposits composing of imbrication of sand, gravel and

conglomerates (Fig. 1). The test line was located along exposed deposits of a gravel-pit trench. The profile in Fig. 1a was recorded with the 50 MHz antennae; the black line marks the water table level (17 m) observed in the gravel-pit. The profile in Fig. 1b was obtained using 100 MHz antennae. The antenna separation was 2 m for 50 MHz and 1 m for 100 MHz and trace spacing for both cases was 0.5 m. The depth conversion in this figure and in the following was calculated using a constant velocity of 0.12 m/ns, which is a reasonable value calibrated by matching the depth of the water table on the GPR data with observations at a nearby pond.

The set of 100 MHz antennae gave a penetration depth of 16 m and a vertical resolution of 0.5 m (Fig. 1b), whereas the 50 MHz antennae yielded a penetration depth of slightly larger than 16 m but a vertical resolution of only 1 m (Fig. 1a). The data quality deteriorates greatly below the water table, and hence there is no noticeable improvement of the deep data at low frequencies. Additionally, the lateral continuity of reflections was better with the 100 MHz antennae. Consequently, we decided to acquire all the data with the 100 MHz antennae.

2.2. Data processing

The two high-amplitude continuous events in the uppermost portions of Fig. 1a and b are the direct air wave (upper) and direct ground wave (lower). This occurs because the EM velocity in air (the speed of light = 0.3 m/ns) is much faster than in any geological material. Thus, the waves traveling directly through air between the two antennae are the first to arrive. When the system of acquisition has not been given enough time to stabilize to its operating temperature, the time of the first break drifts slightly. Therefore, a correction for the time-zero drift may be necessary. To apply this correction, first, the distance between the antennae is divided by the velocity of EM waves in air to find the time t_{fb} ,

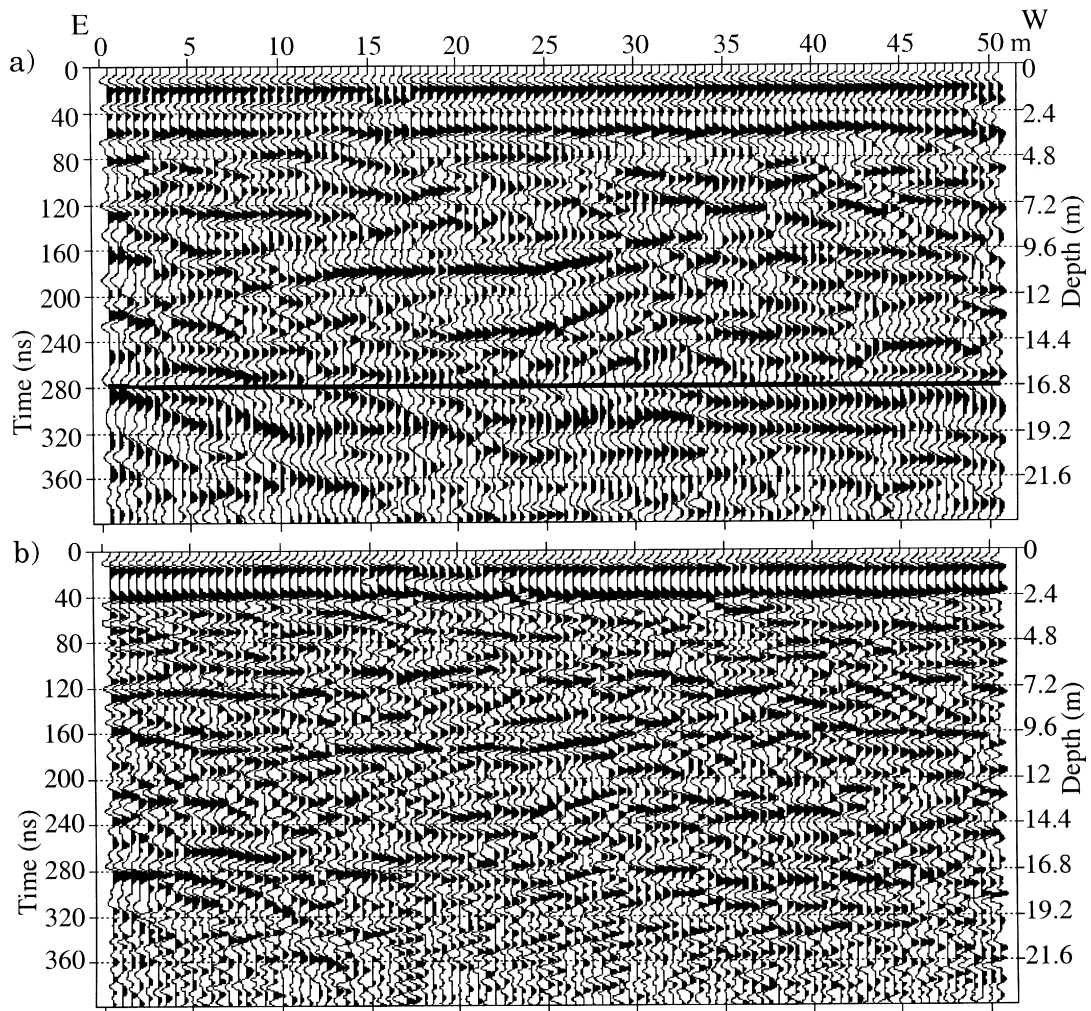


Fig. 1. Comparison of GPR data recorded along an exposed trench in a gravel-pit using two different antenna frequencies: (a) 50 MHz antennae with 2 m antenna separation, 0.5 m trace spacing and applying a band-pass filter of 3/6–70/140 MHz. The black line marks the level of water table; (b) 100 MHz antennae with 1 m antenna separation, 0.5 m trace spacing and applying a band-pass filter of 4/8–90/180 MHz.

and then all the first breaks of the traces (direct air arrivals) are shifted to that time.

It is very important to ensure that the data exhibit a zero-mean property. GPR data include non-zero mean signals (a low-frequency component known as the DC component) that depend on the ground conditions (conductive and/or wet materials). In general, the DC component of the GPR signal does not propagate but diffuses

into the ground. To correct for the DC component, a running average filter is applied to the data (Daniels, 1996).

The processing was performed with in-house interactive seismic software on a workstation (Siliqi, 1994), which was later adapted to GPR data (Pivot, 1997). This software package includes time-zero correction, running average filter (anti-DC filter), constant gain function, auto-

matic gain control (AGC), adaptive exponential gain, spectral analyses, band-pass filtering, and geometrical modeling of diffractions.

Fig. 1 shows an example of processed common-offset radar data. The sequence of the processing is as follows:

- Time-zero correction,
- Running average filter with a length of 24 and 12 ns, respectively for Fig. 1a and b,
- AGC with a window length of 40 ns,
- Band-pass filter: 3/6–70/140 MHz for the data of Fig. 1a and 4/8–90/180 MHz for the data of Fig. 1b,
- Constant gain function, wherever necessary.

3. Representative results

Fig. 2 shows a typical 100 MHz GPR profile from a sand–gravel deposit. Several different sedimentary facies, which correspond to bars and channels are imaged in this section. On the east side of the section a sequence of east-dipping sigmoidal reflections shows the progra-

dation of a deposit sequence corresponding to a paleo-Rhine River meander bar.

GPR data shown in Fig. 3 were acquired along a road using 100 MHz antennae. The shallow north-dipping event at 75 m is a one-sided diffraction with a velocity of 0.12 m/ns. It is interpreted as scattering from a near-vertical fault that has offset (by less than 1 m here) recent sediments. Reymond and Théobalt (1975) have presented evidence from borehole data that the base of the alluvial plain is about 10 m deeper N of the fault. This offset is larger than that obtained from GPR, but this may be because their boreholes are a few hundred meters away from the fault and hence, dipping of alluvial base can show different offset values. In the central portion of the section, the strong flat reflection at 7 m depth between 35 and 90 m laterally (see white arrow) is interpreted as the water table which is consistent with observations from a nearby borehole. The symmetric diffractions on the south side of the section (between 5 and 45 m) are from trees and poles on the ground.

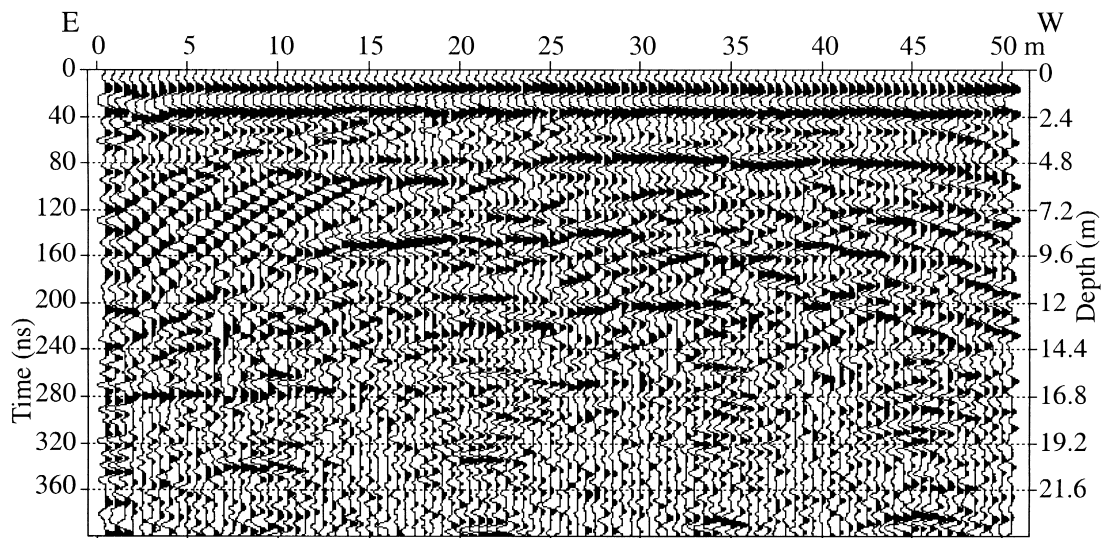


Fig. 2. 100 MHz GPR data acquired over a gravel–sand deposit. Distance between antennae was 1 m and trace spacing was 0.5 m. A velocity of 0.12 m/ns was used for time to depth conversion.

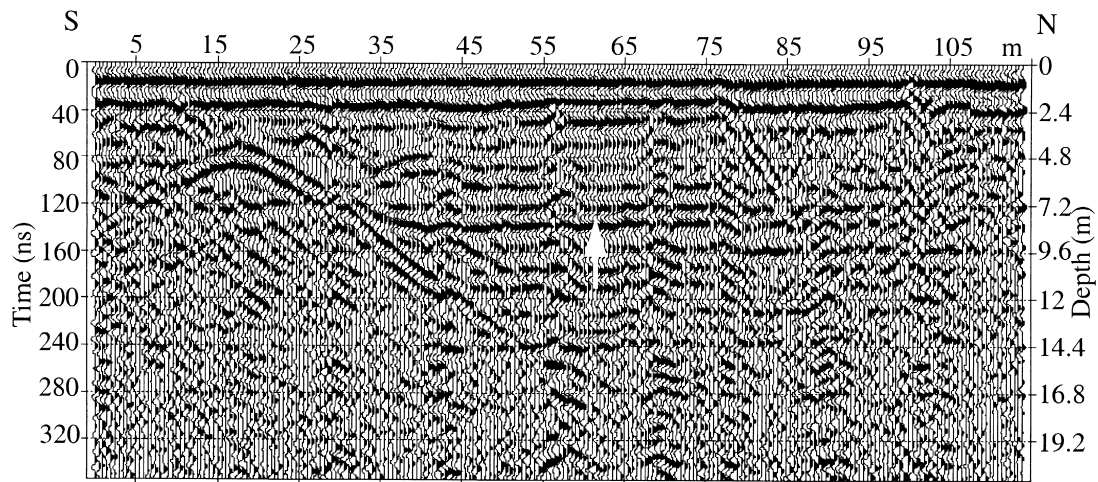


Fig. 3. 100 MHz GPR data showing a one-side diffraction at 75 m which is interpreted to originate from a fault. The strong flat reflection indicated by the arrow is interpreted as the water table which correlates with borehole data. The symmetric diffractions on the south side are due to surface objects. A velocity of 0.12 m/ns was used for time to depth conversion.

The GPR reflections at 10 to 16 m depth between 0 and 50 m laterally in Fig. 4 represent a west-dipping unconformity with subhorizontal onlapping beds. Note the subsurface diffractions indicated by two white arrows between 60 and 80 m laterally. They are interpreted as a scattering from a rough surface following abandon by

a paleo-Rhine meander in the continuity of a scarp observed at the surface at $x = 55$ m. We also notice between $x = 85$ and 95 m at a depth of 7 m (see black arrow), an east-dipping reflection that we interpret as another scarp abandoned by the paleo-Rhine, at a later stage of its evolution. This is consistent with an eastward

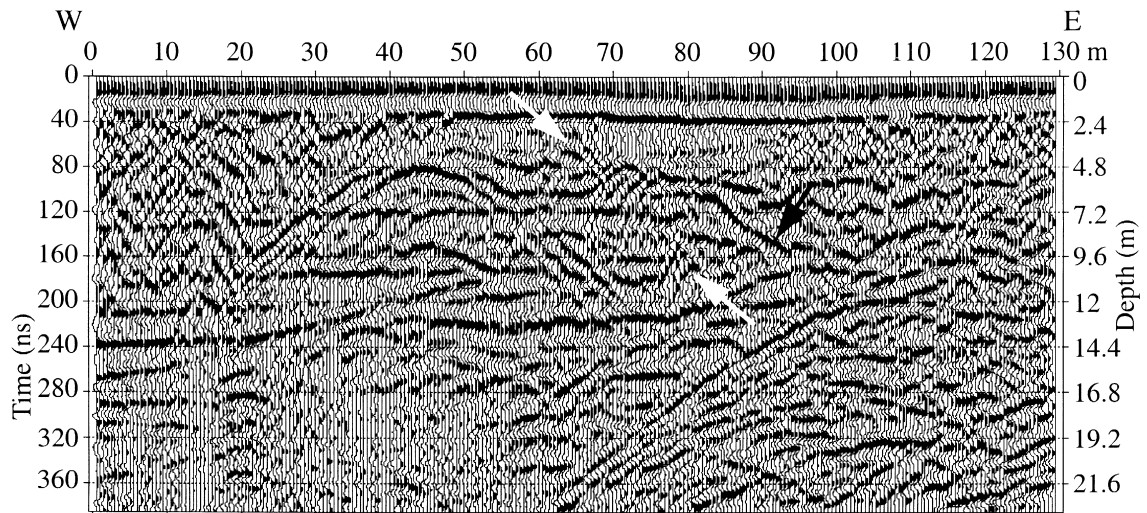


Fig. 4. Real GPR data acquired in Rhine valley with 100 MHz antennae. Distance between antennae was 1 m, step size was 0.5 m. A velocity of 0.12 m/ns was used for time to depth conversion.

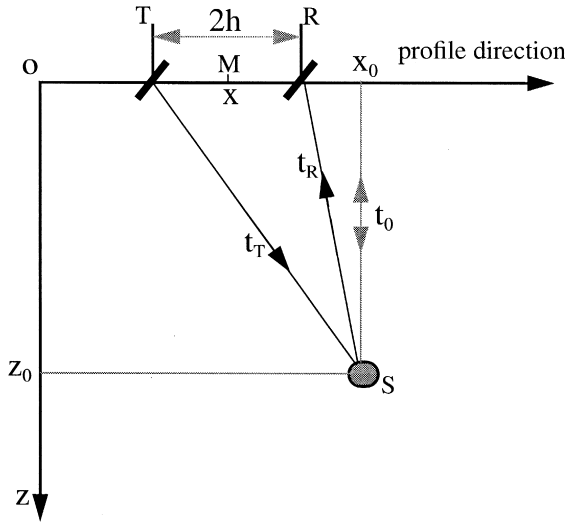


Fig. 5. Schematic presentation of the travel time ($t = t_T + t_R$) from the transmitter (T) to the scatterer (S) and back to receiver (R). $M(x,0)$ is the midpoint and h the half offset between the antennae, and $t_0 = 2z_0/V$ is the two-way vertical travel time.

migration of Rhine meander in this area, i.e., a narrowing of the meanders. The diffractions on the east side of this figure were produced by several trees near the survey line. Power lines above the survey line caused the diffractions between 40 and 50 m.

4. Modeling of air diffractions

As we have seen in Figs. 3 and 4, the GPR data are sometimes contaminated by diffractions from above-ground objects, such as poles, power lines, metallic fences, trees and building. Thus, it is very important to recognize the diffractions and determine whether they are from subsurface heterogeneities or from surface scattering. The travel time t from transmitting antenna (T) to the point scatterer (S) and back to the receiving antenna (R) for a diffraction point at the coordinates (x_0, z_0) is given by:

$$t(x) = t_T + t_R$$

$$= \sqrt{\frac{t_{\min}^2}{4} - \frac{h^2}{V^2} + \frac{(x - x_0 + h)^2}{V^2}}$$

$$+ \sqrt{\frac{t_{\min}^2}{4} - \frac{h^2}{V^2} + \frac{(x - x_0 - h)^2}{V^2}} \quad (1)$$

where $t_{\min} = 2\sqrt{z_0^2 + h^2}/V$, the time at the apex of diffraction event visible in the constant-offset radar section, t_T is the time from the transmitter to the point scatterer, t_R is the time from the point scatterer back to the receiver, x and h are the coordinates (see Fig. 5) of the midpoint and

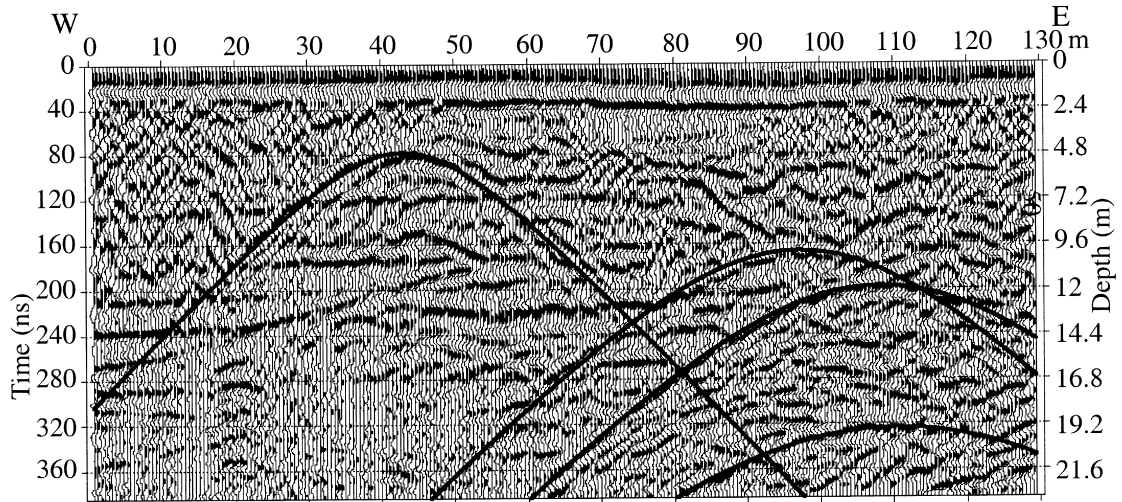


Fig. 6. The same data as in Fig. 4 with modeled diffractions from the surface scatterers (black curves) superimposed. Eq. (1) with a velocity of 0.29 m/ns was used.

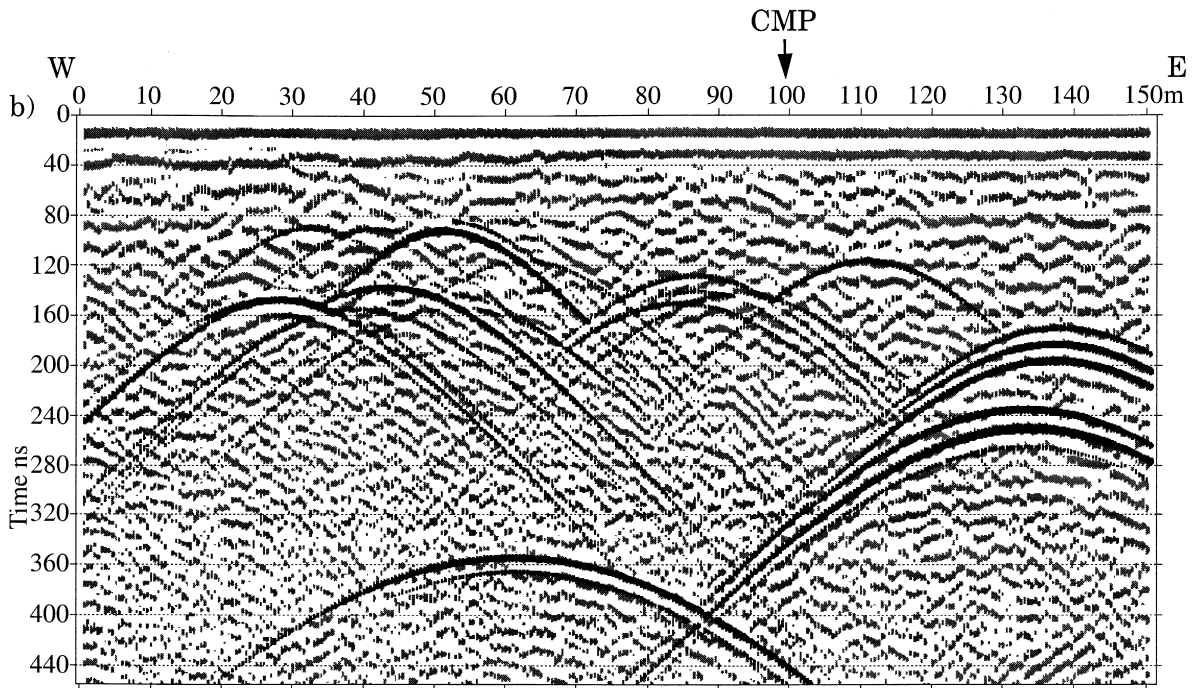


Fig. 7. In gray is shown a typical example of real GPR data in which the multiple surface scattering are dominant. The synthetic surface diffractions superimposed to real data are shown in black.

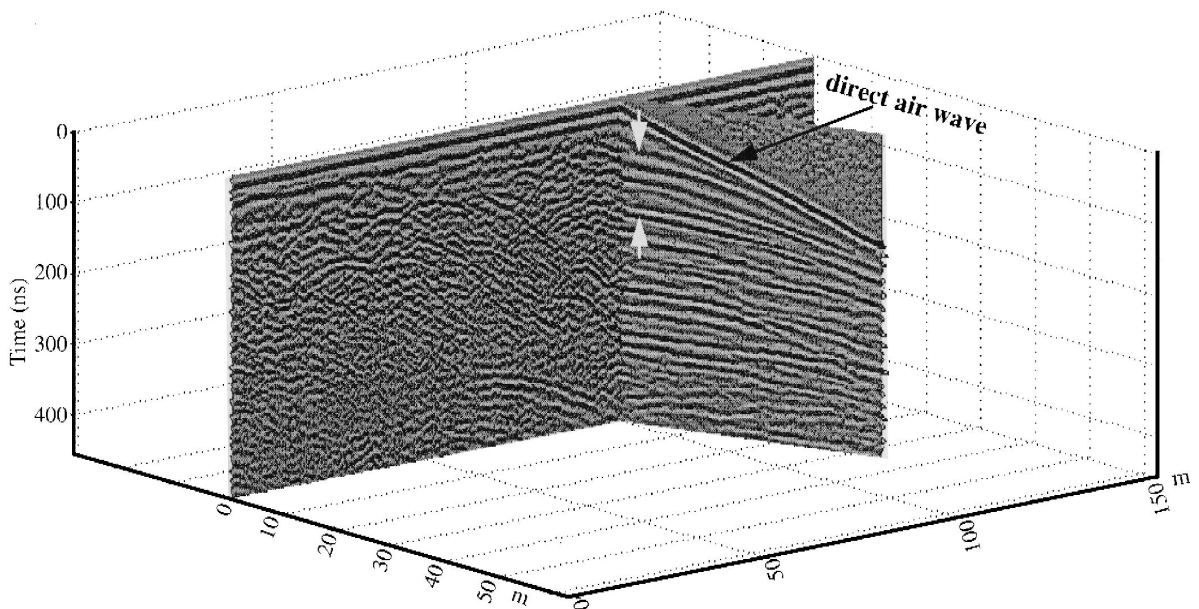


Fig. 8. A fence diagram showing the CMP and the profile of Fig. 7. Initial offset and trace spacing are 0.5 m, while the maximum offset is 40 m (80 traces).

the half offset between the antennae, respectively, and V is the EM wave velocity. The only unknown parameter in Eq. (1) is V . Consequently, depending on the velocity used for this simple modeling, one can easily recognize whether the diffractions are from subsurface heterogeneities (complex geology, buried objects, etc.) or from surface objects. Using $V = 0.29$ m/ns in Eq. (1), it is possible to model the air diffractions in our GPR data. By superimposing the models (black curves) on the GPR data from Fig. 4, surface scatter was distinguished from subsurface diffraction (Fig. 6).

A typical GPR profile contaminated with numerous air diffractions is shown in Fig. 7 (in gray). These data were collected using 100 MHz antennae along a rough road with several trees in the vicinity. The road surface is covered by conductive loess that prevents deep penetration of the GPR energy. Because of this limited penetration, much of the GPR energy travel through the air to produce significant surface scattering. A method of modeling and filtering of such surface scattering is presented by Bano et al. (1999). Modeling air diffractions with $V = 0.29$ m/ns may be accomplished using the frequency–wavenumber technique shown in Fig. 7 (black curves). Note the good fit between the synthetic air diffractions and the surface scattering in the real data.

To confirm the presence of the multiple surface scattering, a common midpoint (CMP) gather was acquired at 100 m on the profile of Fig. 7. A fence diagram showing the CMP and the profile of Fig. 7 is presented in Fig. 8. The initial offset and trace spacing are 0.5 m while the maximum offset is 40 m (i.e., 80 traces in the CMP). The first event is the direct air wave (Fig. 8), the reciprocal of its slope gives a velocity of 0.29 m/ns. The absence of the direct ground wave event explains the fact that the radar signals do not penetrate significantly into the ground at this location. The hyperbolic events between 80 and 160 ns (between two white arrows in Fig. 8) are asymptotic at large offsets with the direct wave, indicating propaga-

tion through air. See also the diffractions from trees off the line at 90 and 110 m in Fig. 7. The nearly flat events on the deeper part of the CMP gather indicate the presence of numerous scatterers (located at 60 and 140 m in Fig. 7) at both ends of the CMP profile (see also Fig. 9 of Sun and Young, 1995).

5. Conclusions

In spite of the air diffraction problems, the GPR survey in the Rhine River valley allows us to prospect subsurface sedimentary and tectonic structures. The depth of the water table and sedimentary facies, which correspond to bars, channels are imaged by GPR. These observations bring some insight into recent fault activity in the southern Rhine valley, as well as into the evolution of the Rhine River. The observations on the GPR data are correlated with borehole and trench data. A fault that offsets recent sediments was identified in the GPR data. Using a simple technique based on geometrical modeling, one can easily distinguish between diffractions from above-ground objects and those from the subsurface. GPR data acquired over a conductive medium (in our case, loess) with surface objects on it (mostly trees) show significant air diffractions. The presence of such a scattering is confirmed by a CPM gather located on the same survey line.

Acknowledgements

The GPR system was borrowed from Ecole de Physique du Globe de Strasbourg. Field work was supported by the Institut de Protection et de Sûreté Nucléaire (IPSN). We are particularly grateful to Dr. Milan Beres for his helpful suggestions. His constructive comments significantly improved this paper. Many thanks also to an anonymous reviewer.

References

- Bano, M., Pivot, F., Marthelot, J.M., 1999. Modeling and filtering of surface scattering in ground-penetrating radar waves. *First Break* 17 (6), 215–222.
- Beres, M. Jr., Haeni, F., 1991. Application of ground penetrating radar methods in hydrogeologic studies. *Ground Water* 29, 375–386.
- Cai, J., McMechan, G.A., Fisher, M.A., 1996. Application of ground-penetrating radar to investigation of near-surface fault properties in the San Francisco Bay Region. *Bull. Seismol. Soc. Am.* 86 (5), 1459–1470.
- Daniels, D.J., 1996. *Surface Penetrating Radar*, published by the Institution of Electrical Engineers (IEE), London, UK, 300 pp.
- Daniels, D.J., Gunton, D.J., Scott, H.F., 1988. Introduction to subsurface radar. *IEE Proceedings* 135, 278–320.
- Davis, J.L., Annan, A.P., 1989. Ground-penetrating radar for high resolution mapping of soil and rock stratigraphy. *Geophysical Prospecting* 37, 531–551.
- Jol, H.M., 1995. Ground penetrating radar antennae frequencies and transmitter powers compared for penetration depth, resolution and reflection continuity. *Geophysical Prospecting* 43, 693–709.
- Liner, C.L., Liner, J.L., 1997. Application of GPR to a site investigation involving shallow faults. *The Leading Edge* 16, 1649–1651.
- Meyers, R.A., Smith, D.G., Jol, H.M., Peterson, C.D., 1996. Evidence for eight great earthquake-subsidence events detected with ground-penetrating radar, Willapa barrier, Washington. *Geology* 24 (2), 99–102.
- Owen, T.E. (Ed.), 1995. Special issue on ground penetrating radar, *J. Appl. Geophys.*, 33 (1–3).
- Pivot, F., 1997. *Construction géométrique de réflecteurs en sismique réflexion profonde*. PhD Thesis, Strasbourg, 214 pp.
- Reymond, H., Théobalt, N., 1975. Données nouvelles sur l'évolution tectonique du horst de Mulhouse–Altkirch. *Ann. Sci. Univ. Besançon* 23, 45–56, in French.
- Siliqi, R., 1994. *Elaboration du traitement et interprétation d'une expérience de sismique réflexion 3D à l'échelle de la croûte dans les Pyrénées (ECORS 2.5D)*, PhD Thesis, Strasbourg, 245 pp.
- Sun, J., Young, R.A., 1995. Recognizing surface scattering in ground-penetrating radar data. *Geophysics* 60, 1378–1385.
- Théobalt, N., 1948. Carte de la base des formations alluviales quaternaires du Haut-Rhin. *Mém. Serv. Carte Géol. d'Alsace et de Lorraine*, 77 pp. (in French).

Radar reflections and water content estimation of aeolian sand dune

Maksim Bano and Jean-François Girard

Laboratoire Proche Surface, EOST ULP (UMR -7516), 5 rue René Descartes, 67084, Strasbourg Cedex, France

Abstract. Many Ground-penetrating radar (GPR) profiles acquired on the dry aeolian environment have shown a strong reflectivity inside the present-day dunes. Changes in water content are believed to be the origin of this reflectivity. In this paper we try to model the radar reflections coming from the bottom of a dry aeolian dune by using the 1D wavelet modeling method. The principle of this method is to calculate the effects of the propagation (absorption, dispersion and geometrical spreading) and reflection on a reference wavelet for different values of various parameters, and the best fit between the observed and calculated data leads to the optimum set of parameters. By combining the wavelet modeling method with a semi-empirical mixing formula for the bulk permittivity of moist sandy soils we estimate the water content and explain the importance of this latter parameter on reflection coefficient and on wavelet modeling.

Introduction

Recent case studies have shown that Ground-penetrating radar (GPR) is an efficient geophysical method to image the internal structures of aeolian dunes [Bristow *et al.* 1996; Bano *et al.* 1999]. In these studies changes in water content are believed to cause the radar reflections observed inside the present-day dunes. Greaves *et al.* [1996] have shown that radar interval velocity (calculated from the normal moveout of the multi-offset GPR data) can be used to estimate water content when the subsurface is sufficiently resistive to be treated as a low-loss media. A GPR reflection study of pore water content and salinity in sandy material has been recently published by Hagrey and Müller [2000].

In general the relative permittivity for moist sandy soils increases with increasing water content of the sample. In this paper we try to model the radar reflections coming from the bottom of a dry aeolian dune by combining the 1D wavelet modeling method with a semi-empirical relationship between dielectric constant of sandy soil and volumetric water content of the sample. The volumetric water content is the ratio of water volume to total sample volume. The principle of the wavelet modeling method is to calculate the effects of the propagation (absorption, dispersion and geometrical spreading) and reflection on a reference wavelet for different values of various

parameters. The best fit between the observed and calculated data leads to the optimum set of parameters.

Theory

Let $E_0(\omega)$ be the complex spectrum of the electrical source $e_0(t)$ of radar data at $z = 0$, then the complex spectrum of a vertically incident wavelet travelling through a homogeneous absorbing layer from $z = 0$ and reflected at $z = z_1$ is given by:

$$E(\omega, z_1) = G(z_1)R(\omega)E_0(\omega)\exp[ik(\omega)2z_1] \quad (1)$$

with $R(\omega)$ the reflection coefficient at $z = z_1$ and $G(z_1)$ accounts for geometrical spreading. Based on a complex power law of frequency for the effective dielectric permittivity, Bano [1996] has developed a constant Q model for radar wave propagation in one dimension (1D), and found that the complex wave number k is of the form:

$$k(\omega) = \frac{\omega}{V(\omega)} \left\{ 1 + i \tan \left[\frac{\pi}{4}(1-n) \right] \right\} = \beta + i\alpha \quad (2)$$

with

$$V(\omega) = V_0 \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right)^{\frac{(1-n)}{2}} \quad \text{and} \quad n = \frac{2}{\pi} \operatorname{atan}(Q) \quad (3)$$

where $V(\omega)$ is the phase velocity of radar waves with V_0 the phase velocity at the arbitrary reference frequency ω_r , and Q is the quality factor. Here $0 < n < 1$, with $n = 1$ corresponding to the case of loss-free propagation ($Q = \infty$

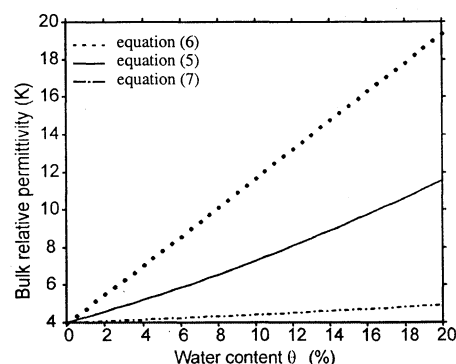


Figure 1. Dielectric constant (κ) as a function of water content θ_w ($\kappa_s = 4$ and $\kappa_w = 81$) as predicted by two phase-mixing formulae (5), (6) and (7) respectively.

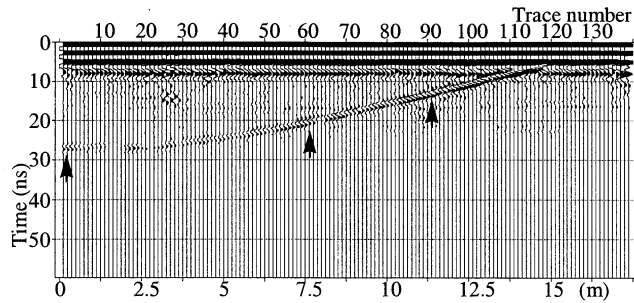


Figure 2. Radar data acquired over an aeolian dune using a Pulse EKKO 1000 GPR system with a 450 MHz antenna set. The reflection indicated by three arrows presents the base of the dune which in fact is flat (here the topographic corrections are not applied).

i.e. no attenuation, or k real). The substitution of the travel time $T = 2z_1/V_0$ (travel time for frequency ω , which can be read from the radargram) within the layer gives with (2)

$$E(\omega, T) = G(T)R(\omega)E_0(\omega)e^{-\alpha(\omega)V_0T}e^{i\beta(\omega)V_0T} \quad (4)$$

The first exponential in equation (4) corresponds to an amplitude factor or attenuation term, and the second corresponds to the propagation term in which the dependence of velocity on frequency introduces the dispersion.

In our analyses we recognize that many other factors such as antennae power, ground coupling, scattering loss, transmissions characteristics are not being accounted for. These factors are supposed to change much more slowly than the dielectric constant in the case where reflections are observed in the data.

Dielectric constant of moist sandy soil

The relative permittivity (κ) of the dry sand lies in the range 3 to 5 [Davis and Annan, 1989; Beres and Haeni, 1991; Daniels, 1996]. When two materials are mixed, the bulk relative permittivity (κ) of the mixture falls between the dielectric constants of the components roughly in proportion to their weighted volume fraction [Guéguen and Palciauskas, 1992]. The bulk relative permittivity for moist sandy soils increases with increasing water content and lies in the range 6 to 30. This is because the constant dielectric of water ($\kappa_w = 81$) is much larger than that of dry sand. Many mixing formulas for bulk permittivity of moist soils have been reported in the literature [e.g. Wang and Schmugge, 1980; Sen et al., 1981; Norris et al., 1985; Sihvola, 1989; Sareni et al., 1997; Kärkkäinen et al., 2000]. We choose here to consider the formula that relates the dielectric constant of the sample to the volume fraction of the water content θ_w = water volume/total sample volume [Birchak et al., 1974]:

$$\sqrt{\kappa} = (1 - \theta_w)\sqrt{\kappa_s} + \theta_w\sqrt{\kappa_w} \quad (5)$$

Here κ_s and κ_w are the relative permittivity of the matrix (in our case sand) and the pore water, respectively. This semi-

empirical mixing law is also known as the complex refractive index method (CRIM) equation and its derivation assumes a model of parallel layers with layer thickness much greater than the wavelength. The CRIM equation is analogous to the time average equation of Wyllie (used to predict the acoustic velocity of the porous media) because the velocity of electromagnetic wave is inverse proportional to $\sqrt{\kappa}$ [Mavko et al., 1998]. Since κ_w and κ_s can be taken as known parameters, the CRIM equation can be used to estimate the water content of the samples from the measured dielectric constant of the sample.

Different mixing models predict different bulk permittivity values for a given mixture. However in the case where we specify only the volume fractions and the constituent dielectric permittivities (as is the case of equation 5), without taking care of the geometric details of how the phases are arranged relative to each other, we need to specify also the upper and lower bounds that limit the range of the prediction. Brown [1956] has shown, for example, that in a model of parallel layers with two alternating dielectric constants, the bulk permittivity depends on orientation, being smaller when the electric field is perpendicular to the layers than when parallel. For an electric field parallel to the layers Brown's model gives

$$\kappa^{\parallel} = (1 - \theta_w)\kappa_s + \theta_w\kappa_w \quad (6)$$

When the electric field is perpendicular to the layers, the reciprocal of κ equals to the sum of the reciprocal of κ_s and κ_w multiplied by their respective fractional volumes, or:

$$\kappa^{\perp} = \frac{\kappa_s\kappa_w}{\theta_w\kappa_s + (1 - \theta_w)\kappa_w} \quad (7)$$

The value of κ calculated from (5) is smaller than that from (6), but not as small as that from equation (7). This is shown in Figure 1 for $\kappa_s = 4$ and $\kappa_w = 81$.

Reflection coefficient

The reflection coefficient of radar waves is related to the dielectric contrast (neglecting the magnetic permeability contrast) between two media. For the normal incidence upon an interface between two homogeneous dielectric half-spaces of dielectric constants of κ_1 and κ_2 , the reflection coefficient (R) is given by Fresnel's equation [Stratton, 1941]:

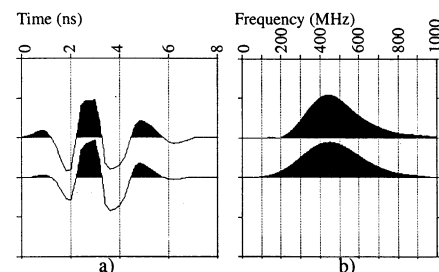


Figure 3. a) The averaged source wavelet (top) and weighted source wavelet (bottom). b) The amplitude spectra of a).

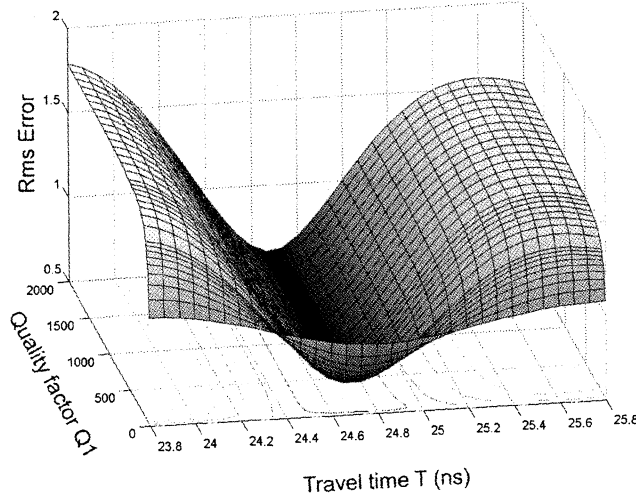


Figure 4. The RMS error calculated between observed and modeled wavelets (see also Fig. 5a). The minimum RMS error is found to be for a value of travel time $T = 24.7$ ns and $Q_1 > 150$.

$$R = \frac{\sqrt{\kappa_1} - \sqrt{\kappa_2}}{\sqrt{\kappa_1} + \sqrt{\kappa_2}} \quad (8)$$

Taking $\kappa_1 = \kappa_s = 4$ (dry sand) and calculating κ_2 from (5) for $\theta_w = 0.05$ ($\kappa_2 = 5.5$) one can find a negative value of 0.08 for the reflection coefficient. Adding 3% of water into the wet sand ($\theta_w = 0.08$, $\kappa_2 = 6.55$) would increase the absolute value of the reflection coefficient from 0.08 to 0.123, an increase of over 50%. This highlights the sensitivity of the reflection coefficient to small changes in water content into the sand.

The substitution of a complex power law of frequency for the relative permittivity [Bano, 1996] gives a complex quantity for the reflection coefficient which is dependent of frequency

$$R(\omega) = \frac{\sqrt{\kappa_1^0} \left(-i \frac{\omega}{\omega_r}\right)^{\frac{n_1-1}{2}} - \sqrt{\kappa_2^0} \left(-i \frac{\omega}{\omega_r}\right)^{\frac{n_2-1}{2}}}{\sqrt{\kappa_1^0} \left(-i \frac{\omega}{\omega_r}\right)^{\frac{n_1-1}{2}} + \sqrt{\kappa_2^0} \left(-i \frac{\omega}{\omega_r}\right)^{\frac{n_2-1}{2}}} \quad (9)$$

with κ_1^0 and κ_2^0 the dielectric constants for non-absorbing layers (i.e. $n_1 = n_2 = 1$ or $Q_1 = Q_2 = \infty$). The case where the quality factor of both media is the same ($n_1 = n_2$) corresponds to a reflection coefficient given by (8) which is real and independent of frequency.

Choice of the source and wavelet modeling

GPR data shown in Figure 2 were collected in a dry sand dune of the Tchad desert using a Pulse EKKO 1000 system equipped of shielded antennae of 450 MHz. The mode of acquisition was in constant offset of 0.25 m and the system was moved by constant steps of 0.125 m. In order to preserve the amplitudes no processing is applied to the data except a constant gain during the plotting of the data.

The first events (see the first breaks in Fig. 2) are the direct air waves followed by the direct ground waves. The reflection indicated by three arrows in Fig. 2 presents the base of the dune which in fact is flat (here the topographic corrections are not applied) and consists of pebbles (more than 2.0 mm diameter). This reflection defines the contact between the aeolian sands near the surface and deeper fluvial deposits consisting of unconsolidated silty sandstone layer of very fine to medium grain size.

Assuming a constant velocity of 0.15 m/ns (which is a reasonable value for dry sand) the wavelength for the dominant frequency of 450 MHz is 33 cm. This value is much larger than the grain size (from 0.02-2 mm diameter) inside the dune. That is the reason why the attenuation due to multiple scattering is neglected in our analyses.

One of the most difficult problem of the wavelet modeling is the choice of the reference source which in general is unknown. In this study the source wavelet ($e_0(t)$) used for the modeling of the bottom of the dune is obtained by averaging all the first events of Figure 2. The dominant frequency of this wavelet is slightly lower than the dominant frequency (450 MHz) of the antennae used and is shown in Figure 3. In order to smooth and make the spectrum more symmetrical, a second wavelet obtained by weighting the first with a Gaussian is also used.

$$e_0^w(t) = e_0(t)W(t) = e_0(t)\exp\left[-\frac{(t-T_d)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (10)$$

with

$$T_d^h = \frac{T_d}{2}, \quad \text{and} \quad \sigma = \frac{T_d}{4} \quad (11)$$

where T_d is the time duration of the wavelet. The weighted wavelet and its spectrum are shown in Figure 3.

The spectrum for a wavelet reflected from the bottom of the dune is calculated by using equation (4), with the reflection coefficient given by (9) and the geometrical spreading term at travel time T is considered to be

$$G(T) = \frac{1}{V_0 T} \quad \text{with} \quad V_0 = \frac{C}{\sqrt{\kappa_1^0}} \quad (12)$$

where C is the free-space velocity of electromagnetic waves ($C = 0.3$ m/ns). The theoretical reflected wavelet in time (calculated for a range of parameter set), obtained by transforming back the spectrum, is compared to the observed wavelet (Figure 5). The minimum RMS error [Bano, 2000] between the two wavelets yields the best fit and leads to the optimum set of parameters.

Although the travel time T can be read directly from the radargram it is necessary to adjust it by comparing the theoretical and real wavelets within a reasonable time interval. This could be done by varying simultaneously the travel time T and the quality factor Q_1 of the first layer. As shown from Figure 4 the minimum RMS error between two wavelets is for a value of $T = 24.7$ ns and $Q_1 = 150$, however this error does not vary with increasing Q_1 and we take $Q_1 = \infty$ ($n_1 = 1$, i.e. a non-absorbing layer, in our case very dry sand). Consequently in the case of dry sand,

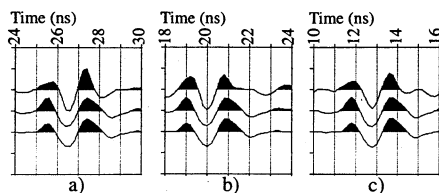


Figure 5. Comparisons of propagated reflected wavelets with three different real observed wavelets. Real observed wavelet (top), modeled wavelet using the averaged source (middle) and modeled wavelet using the weighted source (bottom). a), b) and c) correspond respectively to the 2nd, 61st and 91st traces indicated by black arrows in Figure 1. The dielectric constant κ_2^0 of the second layer is calculated by using the mixing formula (5) taking $\kappa_s = 4$, $\kappa_w = 81$ and $\theta_w = 5\%$.

amongst the propagation effects (absorption, dispersion and geometrical spreading) the most important is the geometrical spreading given by (12). Therefore putting $Q_1 = \infty$ or $n_1 = 1$ in equation (9) and varying the quality factor Q_2 of the second layer we notice that the reflection coefficient is nearly independent of Q_2 for $Q_2 > 25$. As a result of which we decided to keep this value at 500, this is the case of a very low absorbing layer (silty sandstone layer). After fixing these parameters (T , Q_1 and Q_2) and taking $\kappa_s = \kappa_1^0 = 4$ (dry sand), the only sensitive parameter in equation (9) is the dielectric constant κ_2^0 of the second layer which is determined by using the mixing formula (5) for $\kappa_w = 81$. The best fit is always found for a value of θ_w between 3.5 and 5.5%. This is a reasonable value of a silty sandstone layer in a desert environment where the average annual precipitation are very low such as the case of Tchad desert. The result is shown in Figure 5 where the propagated reflected wavelets is compared with three different observed wavelets indicated by three arrows in Figure 2.

Conclusion

The work presented here shows that amongst the propagation effects (absorption, dispersion and geometrical spreading), in the case of dry sand, the most important is the geometrical spreading. On the other hand using the two-phase CRIM equation for the bulk permittivity of the moist sand, we explain the importance of water content on reflection coefficient and on wavelet modeling. Small changes on the water content seems to be very sensitive on the reflection coefficient of sandy material. That explains the strong reflection coming from the base (wet silty sandstone layer) of the present-day dune. The best fit between the observed and calculated synthetic data is found to be for a value of θ_w between 3.5 and 5.5%. Extending the application of the proposed method to radar data in other absorbing materials is the logical next step. The combination of the wavelet modeling with some other mixing formulae for the bulk permittivity of the moist soils is the subject of current research.

Acknowledgments. The Pulse EKKO 1000 GPR system was funded by Université Louis Pasteur of Strasbourg and INSU/CNRS project.

References

- Bano, M., Constant dielectric losses of GPR waves, *Geophys. J.Int.*, **124**, 279-288, 1996.
- Bano, M., Durringer, Ph., Ghienne, J.F., and Schuster, M., Ground Penetrating Radar study of dry aeolian environment. *Proc. 69th SEG meeting, Houston, Tx*, p. 586-589, 1999.
- Bano, M., Imagerie de la proche surface par géoradar H.D.R., Université Louis Pasteur, Strasbourg I, 118 pp., 2000.
- Beres, M. Jr. and Haeni, F. P., Application of ground penetrating radar methods in hydrogeologic studies, *Ground Water*, **29**, 375-386, 1991.
- Birchak, J. R., Gardener, C. G., Hipp, J. E. and Victor, J. M., High dielectric constant microwave probes for sensing soil moisture, *Proc. IEEE*, **62**, 93-98, 1974.
- Bristow, Ch., Pugh, J., and Goodall T., Internal structure of aeolian dunes in Abu Dhabi determined using ground-penetrating radar, *Sedimentology*, **43**, 995-1003, 1996.
- Brown, W., F., «Dielectrics», in *Encyclopedia of Physics*, **17**, Berlin: Springer, 1956.
- Daniels, D. J., *Surface Penetrating Radar*, published by the Institution of Electrical Engineers (IEE), London, United Kingdom, pp. 300, 1996.
- Davis, J. L. & Annan, A. P., Ground-penetrating radar for high-resolution mapping of soil and rock stratigraphy, *Geophys. Prosp.*, **37**, 531-551, 1989.
- Guéguen, Y. and Palciauskas, V., *Introduction à la Physique des Roches*, Hermann Editeurs des Sciences et des Arts, Paris, 312 pp., 1992.
- Greaves, R., J., Lesmes, D., P., Lee J., M. and Toksos, M., N., Velocity variations and water content estimated from multi-offset, ground-penetrating radar, *Geophysics*, **61**, 683-695, 1996.
- Hagrey, S. A., and Müller, C., GPR study of pore water content and salinity in sand, *Geophys. Prosp.*, **48**, 63-85, 2000.
- Kärkkäinen, K., K., Sihvola, A. H. and Nikoskinen K., I., Effective Permittivity of mixtures: Numerical validation by FDTD method, *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, **38**, 1303-1308, 2000.
- Mavko, G., Mukerji, T. and Dvorkin, J., *The Rock Physics Handbook: Tools for seismic analysis in porous media*, Cambridge University Press, Cambridge, pp. 329, 1998.
- Norris, A., N., Sheng, P., and Callegari A., J., Effective-medium theories for two-phase dielectric media, *J. Appl. Phys.*, **57**, 1990-1996, 1985.
- Sareni, B., Krähenbühl, L., Beroual, A. and Brosseau, C., Effective dielectric constant of random composite materials, *J. Appl. Phys.*, **81**, 2375-2383, 1997.
- Sen, P., N., Scala, C. and Cohen, M., H., A self-similar model for sedimentary rocks with application to the dielectric constant of fused glass beads, *Geophysics*, **46**, 781-795, 1981.
- Sihvola, A. H., Self-Consistency aspects of dielectric mixing theories, *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, **27**, 403-415, 1989.
- Stratton, J. A., 1941. *Electromagnetic Theory*, McGraw-Hill, New York.
- Wang, J. R. and Schmugge, T. J., An empirical model for the complex dielectric permittivity of soils as a function of water content, *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, **GE-18**, 288-295, 1980.